

ОТРАЖЕНИЕ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ОТ МАТЕРИАЛЬНОЙ СРЕДЫ В УСЛОВИЯХ ТРЕХМЕРНОЙ ГЕОМЕТРИИ

В. Г. Куракин^{a, 1}

^a Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

С использованием концепции линий тока в прошлом было получено аналитическое решение задачи отражения пучка заряженных частиц от плоской границы, разделяющей вакуум и произвольную материальную среду. Было также показано, что стохастический процесс многократного кулоновского рассеяния в приведенной геометрии описывается функцией распределения, совпадающей с той, которая формируется при распространении данного пучка в безграничной среде. В настоящей работе предпринята попытка вычисления коэффициента и угла отражения пучка заряженных частиц при его наклонном падении на границу раздела вакуума и материальной среды с учетом трехмерной геометрии задачи.

Using the concept of flow lines, an analytical solution of the problem of reflection of charged particles beam from a flat boundary separating a vacuum and an arbitrary material medium has been obtained in the past. It has also been shown that the stochastic process of multiple Coulomb scattering in the given geometry is described by a distribution function that coincides with the one formed when a given beam propagates in an infinite medium. In this paper, an attempt is made to calculate the coefficient and reflection angle of a charged particles beam when it falls obliquely on the interface between a vacuum and a material medium, taking into account the three-dimensional geometry of the problem.

PACS: 42.25.Gy

ВВЕДЕНИЕ

Исследование динамики пучков заряженных частиц в однородных и неоднородных материальных средах составляет предмет стохастической оптики пучков заряженных частиц. Данное определение было введено в оборот с 2018 г. в работах [1, 2]. В них, в частности, был предложен способ вычисления параметров пучков заряженных частиц после их взаимодействия с ограниченной материальной средой на основе соответствующей функции распределения для безграничной среды. Это так называемый метод линий тока, который представляет стохастический процесс рассеяния зарядов при их распространении в среде ламинарным течением условной жидкости [1–3]. С его помощью удалось объяснить явления, имеющие место на границе раздела вакуума и среды, а именно отражение и преломление пучка заряженных частиц, а также рассчитать данные эффекты. Рассмотрены возможные применения стохастической электронной оптики для формирования и мониторинга пучков заряженных частиц [4].

¹E-mail: vgkurakin@mail.ru

Данная работа является естественным развитием и логическим продолжением всех предыдущих работ автора (авторов) по данной тематике. Точные решения уравнения в частных производных для полуграниченной среды, являющиеся обобщением широко известных соответствующих решений для безграничной рассеивающей среды, распространены на реальную трехмерную геометрию.

1. МНОГОКРАТНОЕ КУЛОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ КАК ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ БАЗИС СТОХАСТИЧЕСКОЙ ОПТИКИ ПУЧКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

При исследовании динамики пучков заряженных частиц в неограниченных и ограниченных материальных средах авторами учитывается только многократное кулоновское рассеяние движущихся зарядов на атомах и ядрах среды [5]. Соответствующее уравнение имеет вид

$$\frac{\partial P}{\partial x} = -\theta \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\Theta_s^2}{4} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2}, \quad (1)$$

которое в безграничной однородной среде имеет решение

$$P(x, y, \theta) dy d\theta = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \frac{1}{\Theta_s^2 x^2} \exp \left[-\frac{4}{\Theta_s^2 x} \left(\theta^2 - \frac{3y\theta}{x} + \frac{3y^2}{x^2} \right) \right] dy d\theta, \quad (2)$$

вывод которого и исследование решений которого можно найти в известной монографии [5]. Здесь $P(x, y, \theta)$ — так называемая функция распределения. $P(x, y, \theta) dy d\theta$ определяет вероятность обнаружить рассеянный заряд в интервалах $(y, y + dy)$, $(\theta, \theta + d\theta)$ поперечного смещения и угла, а (X, Y) — любая прямоугольная система координат, ось X которой совпадает с первоначальным направлением движения частиц пучка. Предполагается, что частицы пучка несут элементарный заряд, а величину Θ_s удобно выражать через параметры, описывающие радиационные процессы в веществе,

$$\Theta_s^2 = \left(\frac{E_s}{\beta c p} \right)^2 \frac{1}{X_0}, \quad E_s = \left(\frac{4\pi}{\alpha} \right)^{1/2} m_e c^2 = 21 \text{ МэВ}, \quad (3)$$

где β, p, c — относительная скорость, импульс частицы и скорость света соответственно; X_0 — радиационная длина; $\alpha = e^2/(\hbar c) \approx 1/137$ — постоянная тонкой структуры; e, m_e — соответственно заряд и масса электрона.

Представим мысленно плоскость в однородной и безграничной рассеивающей среде, описываемую формулой $y_0 = k_0 x$, и движущийся в направлении x заряд, пересекающий эту плоскость. Рассматриваем рассеяние в плоскости (x, y) , поставив задачу найти распределение рассеянных зарядов, стартующих из начала координат, вдоль этой прямой. Для этого достаточно подставить уравнение прямой в формулу (2), разделив результат на 2 [3]:

$$\rho(x, \theta_0) dx d\theta_0 = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \frac{k_0}{\Theta_s^2 x^2} \exp \left(-\frac{3k_0^2}{\Theta_s^2 x} \right) \exp \left[-\frac{4}{\Theta_s^2 x} \left(\theta_0 - \frac{3k_0}{2} \right)^2 \right] dx d\theta_0. \quad (4)$$

В отличие от функции $P(x, y, \theta)$ функция $\rho(x, \theta)$ показывает распределение рассеянных зарядов в последовательные моменты времени.

Теперь представим, что вместо безграничного имеем полубесконечное пространство, заполненное рассеивающим веществом, в которое под углом $\phi_0 = \arctan(k_0)$ влетает из вакуума заряженная частица. Утверждается, что распределение рассеянных зарядов в среде описывается той же формулой (2). Действительно, данная функция удовлетворяет дифференциальному уравнению (1) внутри области, заполненной рассеивающим веществом, и совпадает с распределением (4) на ее границе, т. е. является решением данного уравнения (1) с частными производными.

2. ДИНАМИКА РАССЕЯНИЯ 3D

Вошедший в рассеивающую среду пучок заряженных частиц рассеивается с одинаковой эффективностью по всем направлениям, перпендикулярным направлению его движения. Для описания его динамики будем использовать координатные системы с общей осью X (направление движения) и текущей поперечной осью Y , повернутой относительно медианной плоскости (плоскость, перпендикулярная плоской интерфейсной границе между рассеивающей средой и вакуумом) на угол ψ . Интенсивность отраженного пучка I_R найдем, вычисляя интенсивности отражений $dI_R(\psi) = (I/\pi)R_p(\psi) d\psi$ в отдельных плоскостях и суммируя их:

$$I_R = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} I R_p(\psi) d\psi. \quad (5)$$

В свою очередь, в каждой из плоскостей, повернутых на угол ψ относительно медианной, динамика рассеяния описывается соотношениями [3]

$$R_p = \frac{1}{2\pi} \left[\arctan \frac{2}{\sqrt{3}k} \left(\pi + \phi - \frac{3k}{2} \right) + \arctan \frac{2}{\sqrt{3}k} \left(\frac{3k}{2} - \phi \right) \right], \quad (6)$$

$$\theta_p = \frac{\sqrt{3}k}{8\pi R_p} \ln \frac{\left(\frac{\sqrt{3}k}{2} \right)^2 + \left(\pi + \phi - \frac{3k}{2} \right)^2}{\left(\frac{\sqrt{3}k}{2} \right)^2 + \left(\phi - \frac{3k}{2} \right)^2} + \frac{3k}{2}. \quad (7)$$

Как можно видеть из рис. 1, плоскость (X, Y) пересекается с интерфейсной плоскостью $y_0 = k_0 x$ по прямой, уравнение которой в текущей системе координат (x, y) имеет вид $y = kx$, где k и k_0 связаны соотношением $k = k_0 / \cos(\psi)$.

Отсюда следует выражение для полного коэффициента отражения, учитывающее рассеяние по всем плоскостям, имеющим общую ось x :

$$R = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} R_p d\psi, \quad (8)$$

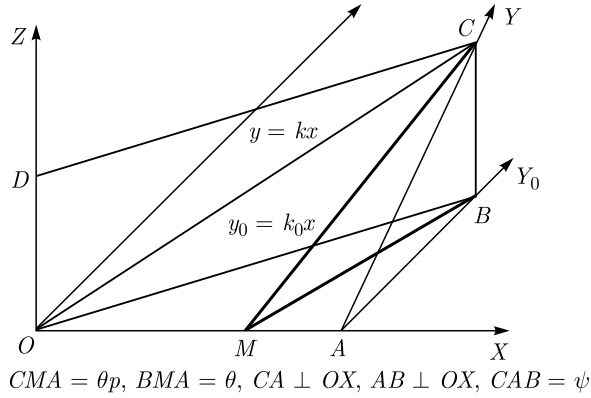


Рис. 1. Геометрия отражения пучка заряженных частиц от материальной среды. OX — направление движения пучка; $OBCD$ — плоская граница, разделяющая вакуум и материальную среду; OX_0Y_0 — система координат медианной плоскости; OXY — текущая система координат

которое после подстановки в него выражения для k принимает вид (учтена четность функции $\cos(\psi)$)

$$R = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} \left\{ \arctan \left[\frac{2 \cos(\psi) \left(\pi + \arctan \left(\frac{\tan(\phi_0)}{\cos(\psi)} \right) \right)}{\sqrt{3} \tan(\phi_0)} - \sqrt{3} \right] + \right. \\ \left. + \arctan \left[\sqrt{3} - \frac{2 \cos(\psi) \arctan \left(\frac{\tan(\phi_0)}{\cos(\psi)} \right)}{\sqrt{3} \tan(\phi_0)} \right] \right\} d\psi. \quad (9)$$

Несколько сложнее выглядит вычисление среднего угла отражения, поскольку углы можно складывать только в параллельных или совпадающих плоскостях. Учтем, однако, что одна из сторон среднего угла отражения в текущей плоскости совпадает с вектором средней скорости отраженной части пучка. Разложив эту скорость на две составляющие — ортогональную к медианной плоскости и параллельную ей (это проекция средней скорости текущей плоскости на медианную), — в вычислении средней скорости рассеяния отраженных зарядов будем учитывать только последнюю, поскольку вертикальные составляющие, как нетрудно видеть, в сумме дадут нулевой вектор

$$\theta_{3D}(\phi_0) = \frac{2}{N(\phi_0)} \int_0^{\pi/2} \theta(\phi_0, \psi) R_p(\phi_0, \psi) M(\phi_0, \psi) d\psi, \quad (10)$$

где

$$\theta(\phi_0, \psi) = \arctan(\cos(\psi) \tan(\theta_p(\phi_0, \psi))), \quad M(\phi_0, \psi) = \cos(\psi) \frac{\sin(\theta_p(\phi_0, \psi))}{\sin(\theta(\phi_0, \psi))}, \\ N(\phi_0) = 2 \int_0^{\pi/2} R_p(\phi_0, \psi) M(\phi_0, \psi) d\psi. \quad (11)$$

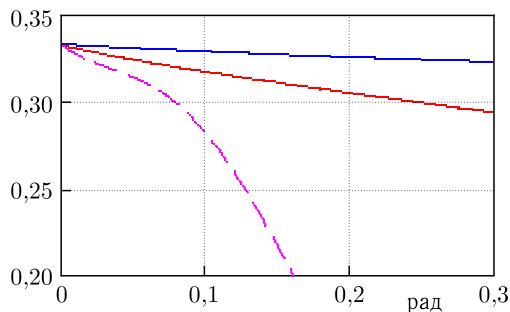


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения пучка заряженных частиц (по вертикали) от угла влета в рассеивающую среду (по горизонтали). Верхняя кривая — расчеты, выполненные для медианной плоскости ($\psi = 0$), нижняя кривая — $\psi = 1,5$, между ними — расчет с учетом отражений во всех плоскостях, проходящих через траекторию пучка

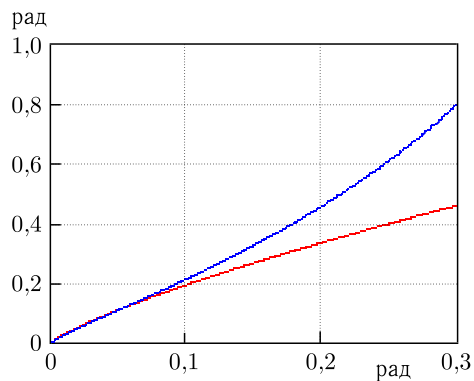


Рис. 3. Зависимость угла отражения пучка заряженных частиц (по вертикали) от угла падения на плоскую границу рассеивающей среды (по горизонтали). Нижняя кривая — вычисления для медианной плоскости, верхняя кривая — с учетом рассеяния во всех плоскостях

Формула (10) представляет усреднение средних углов отражения по плоскостям, по которым рассеивается пучок, приведенных к медианной плоскости (системе координат).

Зависимость коэффициента отражения, вычисленного с учетом рассеяния зарядов по всем плоскостям, проходящих через траекторию пучка заряженных частиц, от угла влета в материальную среду, приведена на рис. 2. Здесь же приведена аналогичная зависимость одномерного приближения (верхняя кривая).

Зависимость угла отражения ($\chi = \theta_{3D} - \varphi_0$) игольчатого пучка от угла влета φ_0 в материальную среду приведена на рис. 3. Нижняя кривая — вычисления по формуле (7) одномерного приближения для медианной плоскости ($\psi = 0$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнены расчеты коэффициента и угла отражения пучка заряженных частиц, падающего под некоторым углом на плоскую границу, разделяющую вакуум и материальную среду. Более полное по сравнению с предыдущим описание динамики отраженного пучка во многом стало возможным благодаря получению в предшествующих исследованиях в явном виде функции распределения на границе раздела между вакуумом и рассеивающей средой. Законы отражения пучка заряженных частиц от материальной среды представлены в настоящей работе на данный период времени с максимальной полнотой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куракин В. Г., Куракин П. В. О теоретических основах стохастической оптики пучков заряженных частиц // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15, № 7(219). С. 719–725.

2. Куракин В. Г., Куракин П. В. Механизмы отражения и преломления пучка заряженных частиц в рассеивающей среде // ЖТФ. 2019. Т. 89, вып. 12. С. 1843–1846.
3. Куракин В. Г. Геометрические свойства пучка, сформированного из радиоизотопного источника позитронов стохастической электронной оптикой // Письма в ЭЧАЯ. 2024. Т. 21, № 3(254). С. 290–298.
4. Куракин В. Г. Использование явлений и законов стохастической электронной оптики для формирования и мониторинга пучков заряженных частиц // Письма в ЭЧАЯ. 2023. Т. 20, № 4(249). С. 881–887.
5. Росси Б. Частицы больших энергий: Пер. с англ. М.: Гостехтеоретиздат, 1955. 536 с.

Получено 28 октября 2024 г.