

ПОЛУЧЕНИЕ ПРОТЯЖЕННОГО ПЛОСКОГО ПОЛЯ ОБЛУЧЕНИЯ НА УГЛЕРОДНОМ ПУЧКЕ У-70

С. В. Иванов^{a, 1}

^a Институт физики высоких энергий им. А. А. Логунова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», Протвино, 142281, Россия

Приводится краткое физическое обоснование системы эллиптической спиральной развертки пучка, предназначенной для получения протяженных поперечно-плоских (накопленных) полей облучения на основе ускоренного пучка ядер углерода, медленно выведенного из синхротрона У-70 в НИЦ КИ – ИФВЭ. Предполагается, что эта система будет применена в режиме «широкого пучка» в экспериментальном комплексе углеродной ионно-лучевой терапии, сооружаемом в настоящее время.

The paper briefly outlines physical concepts for an elliptical spiral beam sweeping system to yield an extended transversally flat (accumulated) irradiation fields fed with an accelerated carbon-nuclei beam slowly extracted from the U-70 synchrotron at NRC KI – IHEP. The system is to be implemented within a “wide-beam” treatment option at experimental carbon-ion cancer therapy complex under construction for the time being.

PACS: 29.20.Lq; 29.07.–a; 87.56.bd

ВВЕДЕНИЕ

В ускорительном комплексе У-70 доступны длительные (0,6–1 с) прямоугольные импульсы медленного вывода пучка ядер углерода с энергией в диапазоне от 455 до 200 МэВ/нуклон и интенсивностью до $2 \cdot 10^9$ частиц в цикле (4–8 с).

К 2015 г. в канале № 25 транспортировки выведенного углеродного пучка была создана система электромеханической круговой развертки постоянного радиуса, позволившая получить поперечно-плоское поле облучения $\varnothing 5\text{--}6$ см с неоднородностью менее 5 % (peak-to-peak). Это дало возможность провести первые значимые радиобиологические эксперименты на углеродном пучке У-70 [1].

Продвижение в сторону предклинических исследований в интересах углеродной лучевой терапии с «широким пучком» потребовало освоения более протяженных плоских полей облучения с $\varnothing 20\text{--}22$ см. В 2015 г. были инициированы расчетные и производственные работы по переходу к системе электромагнитной развертки с переменным радиусом. Данная статья является составляющей частью этих работ.

В настоящее время актуальность деятельности в указанном направлении возросла в связи с переходом проектов экспериментального и типового комплексов углеродной лучевой терапии НИЦ «Курчатовский институт» – ИФВЭ в стадию практической

¹E-mail: sergey.ivanov@ihep.ru.

реализации [2]. В обоих проектах на пусковом этапе предусмотрено применение методики пассивного формирования дозового поля на основе «широкого» облучающего пучка.

Благодаря сочетанию собственной поперечной эллиптической симметрии облучающего пучка с согласованной эллиптической спиральной разверткой проведено замкнутое физическое обоснование требуемой системы облучения. Оно позволяет определить все ее инженерно-физические характеристики, существенные для создания, настройки и последующей эксплуатации. Эти вопросы изложены в данной работе.

1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Считаем, что возможны длительные прямоугольные импульсы медленного вывода частиц из кольцевого ускорителя с постоянным потоком Φ_0 и длительностью вывода T . Суммарное число частиц в сбросе $N = \Phi_0 T$. Частицы поступают на плоскость наблюдения (облучения) с началом координат $(x; y)$ на оси системы. Начало отсчета времени $t = 0$ совмещено с началом вывода частиц.

Пусть облучающий пучок имеет гауссово эллиптическое поперечное распределение с собственными (некогерентными) дисперсиями в плоскости наблюдения, равными A^2 (горизонтальная, по оси Ox) и B^2 (вертикальная, по оси Oy).

Развертка частиц — эллиптическая с амплитудами отклонений центра тяжести пучка от оси a (горизонтальная) и b (вертикальная) в плоскости наблюдения:

$$x_0(t) = a(t) \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta t}t\right), \quad y_0(t) = b(t) \sin\left(\frac{2\pi}{\Delta t}t\right), \quad (1)$$

где $\Delta t \ll T$ — период циклической развертки.

Считаем, что индекс m амплитудной модуляции развертки в каждом направлении одинаков в масштабе среднеквадратичного размера облучающего пучка:

$$m = \frac{a}{A} = \frac{b}{B} > 0. \quad (2)$$

Пусть происходит согласованное с равенством (2) изменение $a(t)$ и $b(t)$, описываемое единым законом $m = m(t)$. Пусть это изменение — медленное в масштабе Δt .

Практический интерес представляет накопленная за время вывода T поверхностная функция распределения частиц облучающего пучка в плоскости наблюдения $F(x, y)$,

$$F(x, y) = \frac{\Phi_0}{2\pi AB} \int_0^T dt \exp \left[-\frac{(x - x_0(t))^2}{2A^2} - \frac{(y - y_0(t))^2}{2B^2} \right]. \quad (3)$$

Условие нормировки

$$\iint F(x, y) dx dy = \Phi_0 T = N. \quad (4)$$

Для компактности записи функций аргумента (x, y) будем использовать выражения для полярных координат на приведенной плоскости $(x/A; y/B)$. Полярный радиус $\rho = \rho(x, y)$ и угол $\varphi = \varphi(x, y)$ заданы выражениями

$$\rho^2 = \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{y/B}{x/A}. \quad (5)$$

Угол φ растет против часовой стрелки.

Условимся, что независимо от используемых аргументов (x, y) или (ρ, φ) в функции распределения F она всегда интерпретируется в смысле $dN = F dx dy$. Тогда представление (3) приводится к виду

$$F(\rho, \varphi) = \frac{\Phi_0}{2\pi AB} \int_0^T dt \exp\left(-\frac{\rho^2 + m(t)^2}{2}\right) \exp\left(\rho m(t) \cos\left(\frac{2\pi}{\Delta t}t - \varphi\right)\right). \quad (6)$$

Вторая экспонента в подынтегральном выражении допускает разложение в ряд Фурье,

$$F(\rho, \varphi) = \frac{\Phi_0}{2\pi AB} \int_0^T dt \exp\left(-\frac{\rho^2 + m(t)^2}{2}\right) \times \\ \times \left[I_0(\rho m(t)) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k(\rho m(t)) \cos\left(k\left(\frac{2\pi}{\Delta t}t - \varphi\right)\right) \right], \quad (7)$$

где $I_k(z)$ — модифицированная функция Бесселя.

Таким образом, распределение $F(\rho, \varphi)$ представлено в виде суммы отдельных составляющих (мод). В их число входит монополярная аксиально-симметричная мода $F_0(\rho)$ и последовательность мультиполярных аксиально-периодических мод $F_k(\rho, \varphi) = F_k(\rho, \varphi + 2\pi/k)$. Каждая играет свою роль в решении поставленной задачи получения протяженного поля облучения с заданными свойствами.

С одной стороны, монополярная мода $F_0(\rho)$ содержит информацию о формировании средних ожидаемых характеристик распределения частиц. Ее анализ позволяет:

- обосновать выбор закона амплитудной модуляции развертки $m(t)$;
- определить радиальную границу распределения h по заданному уровню спада плоской части;
- определить долю «полезных» частиц пучка N_{FT}/N , оказывающихся в плоской (рабочей) части распределения;

С другой стороны, анализ мультиполярных мод $F_k(\rho, \varphi)$ позволяет:

- оценить локализацию и размах статических стоячих волн возмущений в распределении частиц;
- обосновать количественный критерий выбора периода (частоты) несущего колебания развертки и предложить сценарии переключения развертки в последовательных циклах вывода и использования пучка.

Эти вопросы обсуждаются в следующих разделах.

2. МОНОПОЛЯРНАЯ МОДА

Эта мода имеет вид

$$F_0(\rho) = \frac{\Phi_0}{2\pi AB} \int_0^T I_0(\rho m(t)) \exp\left(-\frac{\rho^2 + m(t)^2}{2}\right) dt. \quad (8)$$

Прочие аксиально-периодические моды вносят нулевой вклад в интеграл нормировки (4) (они отвечают за нежелательные осциллирующие пространственные неоднородности поля облучения). Поэтому

$$\iint F_0(\rho(x, y)) dx dy = N. \quad (9)$$

Отсюда следует равенство

$$\int_0^{+\infty} I_0(\rho m(t)) \exp\left(-\frac{\rho^2 + m(t)^2}{2}\right) \rho d\rho = 1. \quad (10)$$

Вводим два дуальных монотонных закона амплитудной модуляции («повернутые параболы»):

$$\begin{aligned} m(t) &= \sqrt{\frac{2t}{\tau}} \quad \text{или} \quad m(t) = \sqrt{\frac{2(T-t)}{\tau}}, \\ \min_t(m) &= 0, \quad \max_t(m) \equiv M = \sqrt{\frac{2T}{\tau}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь τ есть постоянная времени изменения амплитуды развертки $m(t)$ ($\Delta m^2 = \pm 2$ за характерное время τ), а M — ее максимальное значение. В обоих случаях

$$\frac{dm}{dt} = \pm \frac{1}{\tau m}, \quad (12)$$

где знаки «плюс» или «минус» соответствуют раскручивающейся или скручивающейся развертке.

Теперь в формуле (8) можно перейти к интегрированию по m ,

$$F_0(\rho) = \frac{\Phi_0 \tau}{2\pi AB} \int_0^M I_0(\rho m) \exp\left(-\frac{\rho^2 + m^2}{2}\right) m dm. \quad (13)$$

Для параксиальной области $\rho < M$ и больших M верхний предел интегрирования можно считать находящимся на $+\infty$. Тогда определенный интеграл в (13) становится равным единице: он формально повторяет интеграл нормировки (10) с точностью до перестановки обозначений $m \leftrightarrow \rho$. Таким образом, в ближней параксиальной зоне формируется искомое плоское распределение частиц с постоянной плотностью,

$$F_0(\rho < M) \cong C = \frac{\Phi_0 \tau}{2\pi AB} = \frac{N}{\pi \max(a) \max(b)}. \quad (14)$$

Иными словами, ожидаемая плотность в плоской части распределения количественно равна суммарной интенсивности выведенных частиц, отнесенной к площади эллипса максимальной развертки на плоскости наблюдения (x, y) .

Это обстоятельство служит главным аргументом в пользу безальтернативного выбора параболических законов модуляции в виде (11), (12).

Из формул (12) и (13) следуют еще несколько важных для практического использования заключений.

1. Неравенство $\rho < M$ — оно определяет радиальные границы плоской части распределения — можно и нужно уточнить.

Для этого при больших значениях $\rho > 3-4$ и $M \gg 1$ заменим в (13) функцию Бесселя ее асимптотикой для большого аргумента $I_0(z) \cong \exp(z)/(2\pi z)^{1/2}$. В результате получим

$$\frac{F_0(\rho)}{C} \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^M \sqrt{\frac{m}{\rho}} \exp\left(-\frac{(m-\rho)^2}{2}\right) dm. \quad (15)$$

Подынтегральное выражение содержит узкополосную функцию Гаусса с центром в точке $m = \rho$ и дисперсией $\sigma^2 = 1$. Она отфильтровывает значения прочих медленных интегрируемых функций-сомножителей при их аргументах m вблизи ρ . Поэтому в первом приближении можно принять $\sqrt{(m/\rho)} \cong 1$. Тогда интегрирование проводится аналитически и приводит к

$$\frac{F_0(\rho)}{C} \cong \frac{1}{2} \left(\operatorname{erf}\left(\frac{\rho}{\sqrt{2}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{\rho-M}{\sqrt{2}}\right) \right), \quad (16)$$

где $\operatorname{erf}(z)$ — функция ошибок.

Для $\rho > 2\sqrt{2}$ первое слагаемое мало отличается от 1 (находится в диапазоне 0,995–1). Гладкая сшивка выражения (16) с малоамплитудной асимптотикой F_0 из уравнений (13) и (14) предлагает заменить первое слагаемое в круглых скобках (16) единицей для всех ρ , включая приосевую область вплоть до $\rho = 0$. В результате получим глобальную оценку профиля монопольной моды,

$$\frac{F_0(\rho)}{C} \cong \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho-M}{\sqrt{2}}\right), \quad M > 2\sqrt{2}, \quad (17)$$

где $\operatorname{erfc}(z)$ — дополнительная функция ошибок, $\operatorname{erfc}(z) = 1 - \operatorname{erf}(z)$.

2. Отсюда сразу определяется радиальный (по радиусу ρ) полный размер плоской части распределения по уровню 50% (FWHM, fill width on half maximum)

$$h(50\%) \cong M. \quad (18)$$

Границы по иным уровням спада плоской части находятся с помощью поиска корней очевидного трансцендентного уравнения, следующего из (17), например,

$$h(95\%) \cong M - 1,645, \quad h(97,5\%) \cong M - 1,960. \quad (19)$$

3. Для того, чтобы определить долю частиц пучка N_{FT}/N , оказывающихся в рабочей (плоской) части распределения, прежде всего заметим, что полное число частиц N можно представить в виде равенства

$$N = \Phi_0 \tau \frac{M^2}{2}, \quad (20)$$

которое является тождественным преобразованием, следующим из определений (4) и (11).

С другой стороны, прямой подсчет числа частиц в тривиальной, плоской части профиля (17) для $\rho \leq h < M$ (интегрирование по $AB\rho d\rho d\varphi$) дает

$$N_{\text{FT}} \cong \Phi_0 \tau \frac{h^2}{2}. \quad (21)$$

Отсюда следует искомая оценка, чья правая часть записана также для уровня спада 97,5 % от максимума для примера,

$$\frac{N_{\text{FT}}}{N} \cong \frac{h^2}{M^2} = \left(1 - \frac{1,960}{M}\right)^2. \quad (22)$$

При поиске доли частиц, оказывающихся внутри области $\rho \leq h$ произвольного размера, интегрирование под профилем (17) с учетом лидирующих слагаемых приводит к оценке

$$\begin{aligned} \frac{N(h)}{N} \cong \frac{h^2}{2M^2} \left[1 - \operatorname{erf}\left(\frac{h-M}{\sqrt{2}}\right)\right] + \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{h-M}{\sqrt{2}}\right)\right] - \\ - \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left(-\frac{(h-M)^2}{2}\right), \quad M > 2\sqrt{2}. \end{aligned} \quad (23)$$

В частности, доля частиц внутри границы уровня спада 50 % от плоской части (FWHM) составит

$$\frac{N(h=M)}{N} \cong 1 - \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2}{\pi}} = 1 - \frac{0,798}{M}. \quad (24)$$

4. Длина траектории центра пучка (1) на плоскости (x/A ; y/B) при развертке составляет

$$\begin{aligned} L = \int_0^T \left[\left(\frac{dx_0(t)}{A dt} \right)^2 + \left(\frac{dy_0(t)}{B dt} \right)^2 \right]^{1/2} dt = \\ = \int_0^M \left[1 + \left(\frac{2\pi\tau}{\Delta t} \right)^2 m^4 \right]^{1/2} dm \cong \left(\frac{2\pi\tau}{\Delta t} \right) \frac{M^3}{3}, \quad \frac{\tau}{\Delta t} \cong 1. \end{aligned} \quad (25)$$

Отношение площади эллипса максимальной развертки πM^2 к длине L является взвешенной мерой компактности поверхностной радиальной упаковки соседних витков развертки (в единицах σ),

$$\langle \Delta\rho \rangle = \frac{\pi M^2}{L} = \frac{3}{4} \frac{M}{(T/\Delta t)}, \quad (26)$$

где числитель M представляет максимальную амплитуду развертки, а знаменатель $(T/\Delta t)$ есть полное количество оборотов развертки. Требования к Δt будут установлены в уравнении (31) далее.

Такой именно радиальный шаг потребуется в среднем для получения заданной однородности распределения частиц. Соизмеримый масштаб должен воспроизводиться и при иной плоской развертке пучка сопоставимого качества (например, растровой).

3. МУЛЬТИПОЛЬНЫЕ МОДЫ

Эти моды имеют вид

$$F_k(\rho, \varphi) = \frac{\Phi_0}{2\pi AB} 2 \int_0^T I_k(\rho m(t)) \exp\left(-\frac{\rho^2 + m(t)^2}{2}\right) \cos\left(k\left(\frac{2\pi}{\Delta t}t - \varphi\right)\right) dt. \quad (27)$$

Вид рабочего закона модуляции $m(t)$ обоснован ранее в (11) и (12). Предполагается использование только положительных индексов $k > 0$.

Нечетные моды антисимметричны, а четные — симметричны относительно начала координат $x, y = 0$ плоскости наблюдения (оси системы):

$$F_k(\rho, \varphi + \pi) = (-1)^k F_k(\rho, \varphi). \quad (28)$$

Основные сложности с формированием плоского распределения ожидаются вблизи оси системы. Для их изучения в модифицированной функции Бесселя оставим только первый член ее разложения в ряд Тейлора $I_k(z) \cong (z/2)^k / \Gamma(k+1)$, где $\Gamma(z)$ — гамма-функция Эйлера.

Заменим верхний предел интегрирования на $+\infty$, что предполагает достаточно длительные импульсы облучающего пучка.

Считаем, что отношение $T/\Delta t$ (количество оборотов развертки) — целое число. Ориентация траектории развертки в $t = 0$ задана выражением (1), направление вращения — против часовой стрелки.

В таких предположениях интегрирование в (27) можно провести аналитически,

$$\frac{F_k(\rho, \varphi)}{C} \cong \frac{2^{\frac{k+2}{2}} \Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}{\Gamma(k+1)} \left(\frac{\rho}{2}\right)^k \exp\left(-\frac{\rho^2}{2}\right) \operatorname{Re} \left[\frac{\exp(ik\varphi)}{\left(1 \pm 2\pi ik \frac{\tau}{\Delta t}\right)^{\frac{k+2}{2}}} \right]. \quad (29)$$

Выбор знака совпадает с (12): верхний знак соответствует раскручивающейся развертке, а нижний знак — скручивающейся развертке того же направления вращения. Такие развертки формируют функции распределения частиц, как и траектории движения центра пучка, зеркально-симметричные относительно оси абсцисс Ox .

При $\tau/\Delta t \cong 1$ в знаменателе (29) можно пренебречь единицей. В результате получим

$$\frac{F_k(\rho, \varphi)}{C} \cong \frac{2^{\frac{k+2}{2}} \Gamma\left(\frac{k+2}{2}\right)}{\Gamma(k+1)} \left(\frac{\rho}{2}\right)^k \exp\left(-\frac{\rho^2}{2}\right) \frac{\sin\left(k\left(\pm\varphi - \frac{\pi}{4}\right)\right)}{\left(2\pi k \frac{\tau}{\Delta t}\right)^{\frac{k+2}{2}}}. \quad (30)$$

Видно, что параксиальные неоднородности имеют вид статических стоячих волн в центральной части распределения частиц. Экстремумы неоднородностей локализованы на радиусе $\rho = k^{1/2}$. Чередующиеся максимумы и минимумы следуют периодически по углу φ с периодом $2\pi/k$. Выделенными являются биссектрисы 1- и 3-го или 2- и 4-го квадрантов плоскости $(x/A, y/B)$. Вдоль них обнуляются возмущения от мод всех порядков k .

Из формулы (30) легко установить, что относительный размах неоднородности в плоской части распределения (peak-to-peak) составит

$$\delta_k = \frac{\max F_k - \min F_k}{C} = \frac{w_k}{\left(\frac{\tau}{\Delta t}\right)^{\frac{k+2}{2}}}, \quad (31)$$

$$w_k = \frac{1}{2^k \pi \sqrt{(\pi e)^k}} \frac{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)}{\Gamma(k+1)}.$$

Числовые значения весовых коэффициентов w_k для низших k приведены в табл. 1. Для $k = 1-5$ веса убывают почти в геометрической прогрессии со знаменателем, равным $1/20$.

Таблица 1. Весовые коэффициенты

k	1	2	3	4
$w_k, \%$	9,65	0,466	0,0235	$1,14 \cdot 10^{-3}$

Учет доминирующей (дипольной) составляющей параксиальной неоднородности с $k = 1$ достаточен в практических целях (бóльший вес, мёньшая степень в знаменателе (31)). Требуемый уровень неоднородности $\delta_k < 5\%$ (peak-to-peak) достигается при $\tau/\Delta t > 1,55$. Это неравенство является количественным требованием к соотношению между периодом Δt гармонического (быстрого) несущего колебания и постоянной времени τ (медленного) амплитудно-модулирующего сигнала развертки.

Требования к периоду развертки можно ослабить до $\tau/\Delta t > 0,305$, применив оценку (31) для квадрупольной моды $k = 2$. В этом случае влияние доминирующей дипольной моды $k = 1$ (как и прочих нечетных мод) следует подавить за счет инверсии знаков закона развертки (1) между последовательными идентичными циклами вывода пучка и эффекта попарной компенсации возмущений противоположных знаков (28).

Таким образом, выбор частоты развертки, как и поверхностной плотности упаковки траекторий развертки (26), диктуется, в конечном счете, требованием к неоднородности плоской части распределения частиц.

4. ПРИМЕР РАСЧЕТА СИСТЕМЫ

Приведем для иллюстрации пример расчета системы облучения.

Пусть облучающий пучок — круглый и имеет собственный среднеквадратичный полуразмер $A, B = 2,5$ см в плоскости наблюдения. Закажем радиус плоского поля облучения с однородностью лучше $\pm 2,5\%$ равным 10 см. Тогда $h(97,5\%) = 4$ и в соответствии с формулой (19) требуется максимальный индекс модуляции $M = 5,96$. Ему соответствует максимальный радиус отклонения оси пучка в плоскости наблюдения $a, b = 14,9$ см (он определяет силу дефлектора).

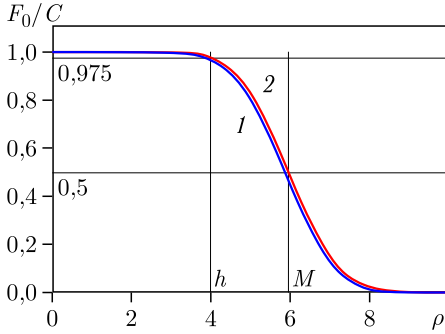


Рис. 1. Функция распределения с плоской вершиной (монопольная мода)

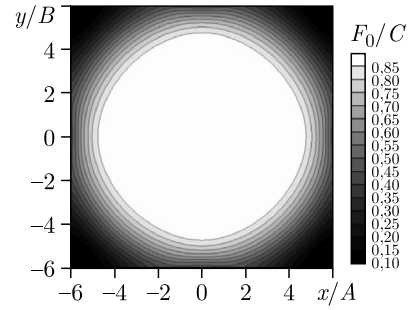


Рис. 2. Линии уровня монопольной моды ($k = 0$)

На рис.1 кривая 1 показывает ожидаемое плоское распределение частиц, полученное по интегральной формуле (13). Кривой 2 показан профиль, рассчитанный по выражению (17). Различие между точной и приближенной зависимостями незначительное. Линии уровня профиля (13) приведены на рис. 2.

Доля частиц под плоской вершиной по оценке (22) достигает 45,0 %.

Согласно формуле (11) отношение $T/\tau = M^2/2 = 17,8$. Пусть длительность прямоугольного импульса медленного вывода пучка составляет $T = 600$ мс. Тогда потребуются постоянная времени изменения амплитуды $\tau = 33,8$ мс.

Выберем период циклической развертки Δt всего лишь в 1,69 раз меньшим τ и равным 20 мс. Тогда частота развертки составит промышленные 50 Гц, что обеспечит 30 оборотов развертки за время вывода. Согласно оценке (31) эта частота близка к минимально допустимой для достижения параксиальной дипольной неоднородности плоской части распределения $\delta_1 < 5\%$ (peak-to-peak).

Средневзвешенный шаг радиальной упаковки траекторий пучка при развертке по формуле (26) составит $\langle \Delta \rho \rangle \cong 0,149$ или примерно $\sigma/7$.

На рис. 3 и 4 приведены линии уровня для дипольной и квадрупольной мод возмущения в приосевой области. Они получены численно по формуле (27). Геомет-

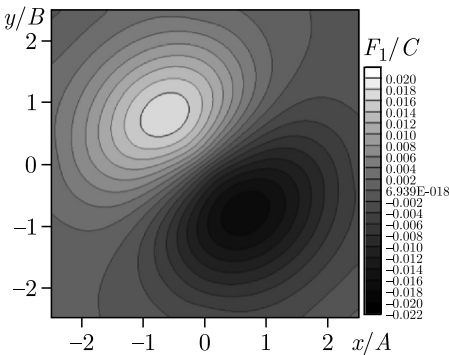


Рис. 3. Линии уровня дипольной моды ($k = 1$) вблизи оси

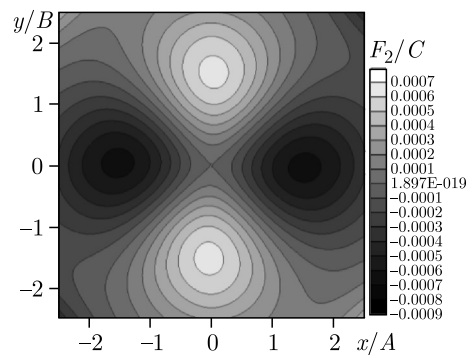


Рис. 4. Линии уровня квадрупольной моды ($k = 2$) вблизи оси

рия линий хорошо соответствует приближенной формуле (30). Радиус ρ локализации и размах δ_k экстремумов перечислены в строках 2 и 3 табл. 2. Они совпадают с ожиданием (31). Таким образом, действительно обеспечена предписанная неоднородность плоской части распределения $< 5\%$ (peak-to-peak).

Таблица 2. Параметры приосевых и периферийных неоднородностей

№	Параметр	Значение		
		1	2	3
1	Индекс k			
2	Радиус локализации $\rho \cong \sqrt{k}$	1,00	1,42	1,77
3	Размах δ_k (peak-to-peak), %	4,38	0,164	$3,22 \cdot 10^{-3}$
4	Радиус локализации $\rho \cong M$	5,88	5,88	5,90
5	Размах δ_k (peak-to-peak), %	2,51	1,20	0,74

При численном расчете выявлено наличие у распределения мультипольных мод нетривиальной периферийной части. Линии уровня показаны на рис. 5 и 6. Анализ численных данных для $k = 1-3$ свидетельствует, что оправданной является аппроксимация

$$\frac{F_k(\rho, \varphi)}{C} \propto -\exp\left(-\frac{(\rho - M)^2}{2}\right) \sin(\pm k\varphi) \quad (32)$$

в зависимости от выбора знака в (12).

Параметры периферийных неоднородностей приведены в строках 4 и 5 табл. 2. Доминирование дипольной моды возмущения остается. Функция распределения в периферийной области не поддается аналитическим оценкам, подобным (31).

Впрочем, учет периферийного поведения неоднородностей не имеет практических последствий. Они незначительно влияют только на распределение частиц за пределами рабочей области (плоской части).

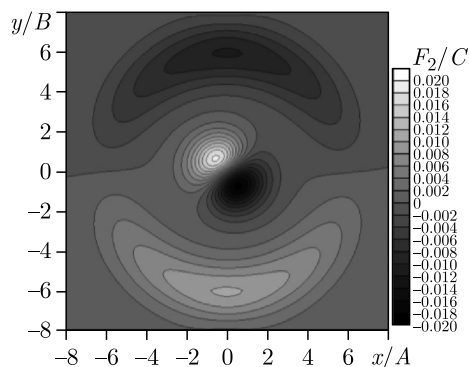


Рис. 5. Линии уровня дипольной моды ($k = 1$) с учетом периферии

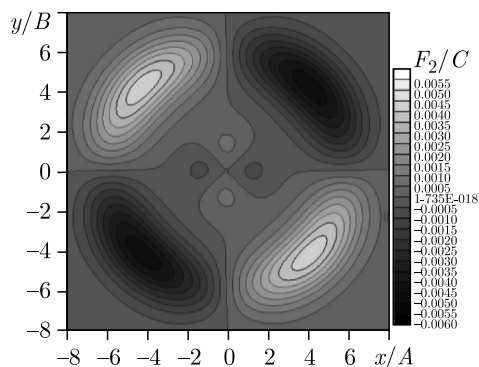


Рис. 6. Линии уровня квадрупольной моды ($k = 2$) с учетом периферии

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведено краткое физическое обоснование системы поперечной эллиптической спиральной развертки облучающего пучка. Она является удобным инструментом для получения поперечно-плоского поля облучения большой протяженности. Установлены ее существенные инженерно-физические характеристики, необходимые для создания, настройки и эксплуатации. Система является оптимальным кандидатом для внедрения в составе пускового минимума сооружаемого экспериментального комплекса ионной лучевой терапии на ускорительном комплексе У-70 [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Антипов Ю. М., . . . , Ульяненко С. Е. и др. Формирование поперечно-плоского дозового поля и первые радиобиологические эксперименты на углеродном пучке, выведенном из У-70 // ПТЭ. 2015. № 4. С. 107–116.
2. Иванов С. В. и др. Проекты развития комплекса адронных ускорителей НИЦ «Курчатовский институт» – ИФВЭ // Письма в ЭЧАЯ. 2024. Т. 21, № 3(254). С. 241–247.

Получено 25 октября 2024 г.