ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА
2023. Т. 54, вып. 3. С. 493–509

ПОИСК МОДЕЛЕЙ АДРОНОВ В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ НА СВЕТОВОМ ФРОНТЕ

Е. В. Прохватилов[1], *И. А. Лебедев*[1,*], *М. Ю. Малышев*[2]

[1] Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия
[2] Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт», Гатчина, Россия

Рассмотрены различные модели эффективных гамильтонианов КХД на световом фронте (СФ). В этих моделях предложена определенная динамика нулевых мод глюонного поля, которая приводит к связанным состояниям кварка и антикварка с подходящим спектром квадратов масс. Исследована возможность проверки лоренц-инвариантности предлагаемых моделей.

Various models of effective Hamiltonians in Quantum Chromodynamics (QCD) on the Light Front (LF) are considered. In these models, a certain dynamics of the zero modes of the gluon field is proposed, which leads to bound quark and antiquark states with a suitable mass squared spectrum. The possibility of checking the Lorentz invariance of the proposed models is investigated.

PACS: 12.38.Aw; 12.40.Yx

ВВЕДЕНИЕ

Квантовая хромодинамика (КХД) наряду с электрослабой теорией составляет общепринятый в настоящее время теоретический фундамент физики элементарных частиц. КХД довольно успешно зарекомендовала себя в описании экспериментов по столкновению высокоэнергетических частиц в той области, где велики переданные энергия и импульс. Это прежде всего обусловлено тем, что при высоких энергиях в КХД проявляется свойство асимптотической свободы, что позволяет применить теорию возмущений по константе связи. В области низких энергий эффективная константа связи КХД становится большой и пертурбативные методы теории поля оказываются неприменимыми. Так, при рассмотрении задачи по нахождению решений, описывающих адроны в рамках КХД, т. е. таких решений, которые описывают адроны как связанные состояния кварковых и глюонных полей, необходимо использовать непертурбативные методы.

Задача по нахождению спектра масс адронов, так же как и задача по описанию конфайнмента, стоит перед теоретиками, ведущими свои исследования в данной области, достаточно давно. На сегодня разработано множество различных подходов, но окончательно эти задачи до сих пор

* E-mail: sx.hep.leb@gmail.com

не решены. Одним из таких подходов является формулировка гамильтоновой динамики квантовой теории поля на световом фронте (СФ) [1]. При этом вводятся так называемые координаты СФ [2]:

$$x^{\pm} = \frac{x^0 \pm x^3}{\sqrt{2}}, \quad x = \{x^k\}, \quad k = 1, 2, \tag{1}$$

где x^0, x^1, x^2, x^3 — лоренцевы координаты. Координата x^+ играет роль времени. Таким образом, каноническое квантование теории переносится на светоподобную поверхность $x^+ = 0$. Основное преимущество квантования на световом фронте связано с тем, что оператор импульса P_- (оператор трансляций вдоль оси x^-) принимает только неотрицательные значения для состояний с неотрицательным квадратом массы и становится квадратичным по полям. При этом физический вакуум можно описать как наинизшее состояние оператора P_-. Это позволяет построить «физическое» пространство Фока над данным вакуумом и, решая стационарное уравнение Шредингера с гамильтонианом P_+ (оператором трансляции вдоль оси x^+), найти спектр связанных состояний. Следовательно, в данном подходе существенно упрощается проблема описания физического вакуума, которая составляет очень трудную задачу в стандартной формулировке КХД в координатах Лоренца, т. е. при квантовании на пространственноподобной поверхности. Трудности применения квантования на СФ связаны с тем, что поверхность $x^+ = 0$ является характеристической поверхностью для релятивистских дифференциальных уравнений поля. Без дополнительных исследований не очевидно, что квантование на гиперповерхности СФ порождает ту же самую теорию, что и обычное квантование в координатах Лоренца. Формулировка теории на СФ порождает сингулярность, связанную с так называемой нулевой модой поля, которая соответствует нулевой фурье-моде поля по координате x^- с импульсом $p_- = 0$. Если ввести регуляризацию $p_- \geqslant \varepsilon > 0$, то теория возмущений по константе связи, порождаемая гамильтонианом на СФ, может отличаться от соответствующей обычной теории возмущений в лоренцевых координатах [3, 4], так что эти теории возмущений могут оказаться неэквивалентными. Кроме того, данная регуляризация ведет к трудностям с описанием вакуумных непертурбативных эффектов, например конденсатов.

Другая регуляризация, сохраняющая нулевую моду и четко отделяющая ее от других мод, — это ограничение пространства по x^-, $|x^-| \leqslant L$, и введение периодических граничных условий по x^- для полей. Однако в этом случае нулевая мода имеет канонически сопряженный импульс, равный нулю. Поэтому она не может рассматриваться как независимая динамическая переменная, а должна быть выражена через ненулевые моды посредством достаточно сложной (нелинейной по полям) канонической связи. Обычно эта задача становится практически неразрешимой.

В работах [5, 6] рассматривался предельный переход к гамильтониану на СФ от гамильтонианов на пространственноподобных плоскостях, приближающихся к СФ. Для этой цели использовались новые координаты:

$$y^0 = x^+ + \frac{\eta^2}{2} x^-, \qquad y^3 = x^-, \qquad y^\perp = x^\perp, \tag{2}$$

совпадающие в пределе $\eta \to 0$ с координатами СФ. Нулевая мода поля по координате y^3, $|y^3| \leqslant L$, является в этом случае независимой динамической переменной, и ее вклад в гамильтониан может быть легко учтен. Было замечено, что канонический формализм на СФ восстанавливается в пределе $\eta \to 0$ при фиксированном L. При этом канонический импульс, сопряженный нулевой моде глюонного поля, исчезает, и нулевая мода снова становится зависимой переменной. Однако если нулевую моду рассматривать отдельно, в рамках другого предельного перехода на СФ: $L \to \infty$, $\eta \to 0$ при фиксированном значении $L_0 = \eta L$, то канонический импульс, сопряженный к ней, не исчезает, и нулевая мода становится независимой динамической переменной. Мы предлагаем рассматривать такие разные предельные переходы для нулевых и ненулевых мод. При этом можно получить конечный вклад нулевой моды в выражение для квадрата массы, если отбросить возникающие при этом вклады, нарушающие симметрию СФ [7]. Этот вклад, моделирующий вклад импульсов, связанных с непертурбативной областью, предлагается далее использовать при построении эффективного гамильтониана на СФ.

Для построения канонического гамильтонова формализма на СФ рассмотрим плотность лагранжиана КХД с калибровочной группой симметрии $SU(N)$:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\,\mathrm{Tr}\,(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}) + \overline{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - M)\psi, \tag{3}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu - ig[A_\mu, A_\nu], \tag{4}$$

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu, \quad A_\mu \equiv \{A_\mu^{ij}\}, \quad i,j = 1,\ldots,N, \tag{5}$$

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}, \tag{6}$$

где g — константа связи; M — масса кварка, и матрицы Дирака γ^μ определены следующим образом:

$$\begin{gathered} \gamma^0 = i\begin{pmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^3 = i\begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \\ \gamma^k = i\begin{pmatrix} -\sigma_k & 0 \\ 0 & \sigma_k \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2. \end{gathered} \tag{7}$$

В координатах СФ эта плотность лагранжиана имеет следующий вид:

$$\mathcal{L} = \mathrm{Tr}\left(F_{+-}^2 + 2F_{+k}F_{-k} - F_{12}^2\right) + i\sqrt{2}\,\psi_+^+ D_+ \psi_+ + i\sqrt{2}\,\psi_-^+ D_- \psi_- + \\ + \left(i\,\psi_-^+ (D_\perp - M)\,\psi_+ + \text{э. с.}\right), \qquad D_\perp \equiv \sum_{k=1,2} D_k \sigma_k, \quad (8)$$

где σ_k — матрицы Паули.

При переходе к гамильтонову формализму на СФ возникают связи на канонические переменные $\Pi_- = F_{+-}$ и $\Pi_k = F_{-k}$, сопряженные к A_- и A_k соответственно:

$$(D_- \Pi_- + D_k \Pi_k)^a + g\sqrt{2}\,\psi_+^+ \frac{\lambda^a}{2}\,\psi_+ = 0, \quad (9)$$

так что в калибровке светового фронта $A_- = 0$ получаем

$$\Pi_-^a = -\partial_-^{-1}\left((D_k \Pi_k)^a + g\sqrt{2}\,\psi_+^+ \frac{\lambda^a}{2}\,\psi_+\right), \quad (10)$$

где λ^a — матрицы Гелл-Манна для $SU(N)$, $\mathrm{Tr}\,(\lambda^a \lambda^b) = 2\delta^{ab}$, $A(x) = \sum_{n=1}^{N^2-1} A^a(x)(\lambda^a/2)$, $A^a(x) = \mathrm{Tr}\,(A(x)\lambda^a)$.

Также решается связь $\Pi_k = F_{-k} = \partial_- A_k$, позволяющая ввести операторы рождения и уничтожения глюонов с импульсами $P_- > 0$ (см. формулу (13)). Кроме того, на СФ возникает связь между компонентами фермионного поля ψ_- и ψ_+:

$$\psi_- = -\frac{1}{\sqrt{2}} D_-^{-1} (D_\perp - M)\psi_+. \quad (11)$$

Учитывая решение этих связей, получаем следующее выражение для канонического гамильтониана на СФ в калибровке $A_-^a = 0$:

$$H_{\mathrm{LF}} = \int dx^- \int d^2x^\perp \left[\frac{1}{2}\left(\partial_-^{-1}\left((D_k \Pi_k)^a + g\sqrt{2}\,\psi_+^+ \frac{\lambda^a}{2}\,\psi_+\right)\right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2}\,(F_{12}^a)^2 + \frac{i}{\sqrt{2}} \psi_+^+ (D_\perp + M)\partial_-^{-1}(D_\perp - M)\psi_+\right]. \quad (12)$$

Вводя условие $|x^-| \leqslant L$ и периодические граничные условия для глюонных полей, выделяем нулевую моду глюонного поля $A_{k(0)}(x^\perp)$ и учитываем ненулевые моды с помощью операторов рождения и уничтожения, a_{nk}^+ и a_{nk}, путем решения связи $\Pi_k = \partial_- A_k$:

$$A_k(x) \equiv A_{k(0)}(x^\perp) + \frac{1}{\sqrt{2L}} \sum_{n>0} \left(\frac{a_{nk}(x^\perp)}{\sqrt{2p_n}} \mathrm{e}^{-ip_n x^-} + \text{э. с.}\right), \; p_n = \frac{\pi n}{L}. \quad (13)$$

Для фермионных полей вводятся антипериодические граничные условия

$$\psi_+(x) = \frac{2^{-1/4}}{\sqrt{2L}} \sum_{m>0} (b_m(x^\perp)\,\mathrm{e}^{-ip_m x^-} + d_m^+(x^\perp)\,\mathrm{e}^{ip_m x^-}), \; m \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}. \quad (14)$$

Операторы a_{nk}, a_{nk}^+, b_m, b_m^+, d_m и d_m^+ удовлетворяют следующим коммутационным (или антикоммутационным) соотношениям на СФ:

$$\begin{aligned} \{b_m(x^\perp), b_{m'}^+(x'^\perp)\} &= \delta_{mm'}\delta^{(2)}(x^\perp - x'^\perp), \\ \{d_m(x^\perp), d_{m'}^+(x'^\perp)\} &= \delta_{mm'}\delta^{(2)}(x^\perp - x'^\perp), \\ \left[a_{nk}(x^\perp), a_{n'k'}^+(x'^\perp)\right] &= \delta_{nn'}\delta_{kk'}\delta^{(2)}(x^\perp - x'^\perp). \end{aligned} \tag{15}$$

Оператор импульса P_- в терминах этих операторов имеет вид

$$P_- = \int d^2x^\perp \sum_{n>0} p_n \big(a_{nk}^+(x^\perp)a_{nk}(x^\perp) + b_n^+(x^\perp)b_n(x^\perp) + \\ + d_n^+(x^\perp)d_n(x^\perp)\big) \geqslant 0, \tag{16}$$

так что вакуумное состояние на СФ может быть определено как $a_{nk}|0\rangle = = b_m|0\rangle = d_n|0\rangle = 0$. Таким образом, операторы a_{nk}, a_{nk}^+, b_m, b_m^+, d_m и d_m^+ реализуют пространство Фока на СФ.

1. ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН КХД НА СФ С ДИНАМИЧЕСКОЙ НУЛЕВОЙ МОДОЙ ГЛЮОННОГО ПОЛЯ

В работах [6–8] к гамильтониану КХД на СФ добавляется член, воспроизводящий отдельный вклад нулевой моды глюонного поля в квадрат массы связанного состояния. Этот вклад получается при рассмотрении особого предельного перехода на СФ для этой моды, когда $\eta \to 0$, $L \to \infty$, $L_0 = \eta L = \mathrm{const}$:

$$H_{(0)} = (2P_-)^{-1}\left[\int \frac{d^2x^\perp}{L_0}\left(\pi_k^a(x^\perp)\pi_k^a(x^\perp)\right)\right]^2, \tag{17}$$

где переменные $\pi_k^a(x^\perp)$ обозначают импульсы, канонически сопряженные с нулевыми модами $A_{k(0)}$,

$$\left[A_{k(0)}^a(x), \pi_{k'}^b(x')\right]_{x^+=x'^+=0} = i\delta_{kk'}\delta^{ab}\delta^{(2)}(x^\perp - x'^\perp). \tag{18}$$

Таким образом вводится параметр L_0, имеющий размерность длины. Вакуумное состояние, соответствующее $P_- = 0$, доопределяется условием

$$\pi_k^a(x^\perp)|0\rangle = 0, \tag{19}$$

и из гамильтониана исключается член, построенный только из $A_{k(0)}$.

Поскольку мы предполагаем, что наша эффективная модель учитывает непертурбативные эффекты, то естественно допустить, что кварковые поля, участвующие в этой модели, относятся к так называемым конституентным кваркам, которые могут иметь большую массу M даже для легких адронов. Соответственно для мезонов рассматривается подпространство состояний, построенных из кварка и антикварка, соединенных «струной», построенной с помощью нулевой моды глюонного поля. Эти состояния калибровочно-инвариантны относительно остаточной группы калибровочных преобразований, допустимых после фиксации калибровки СФ ($A_- = 0$).

Введем ортонормированный базис

$$\frac{1}{\sqrt{N}} b_m^+(x^\perp) U_{x^\perp, x'^\perp} d_{m'}^+(x'^\perp)|0\rangle \equiv |m,\, x^\perp; m',\, x'^\perp\rangle, \tag{20}$$

где $U_{x^\perp, x'^\perp}$ обозначает «P-упорядоченную» экспоненту вдоль прямой линии, соединяющей кварк и антикварк в поперечной плоскости:

$$U_{x^\perp, x'^\perp} = P\,\exp\left(-ig\int\limits_{x^\perp}^{x'^\perp} dz^k A_{k(0)}(z^\perp)\right), \quad U_{x^\perp, x'^\perp} = U^{-1}_{x'^\perp, x^\perp}. \tag{21}$$

Скалярное произведение базисных векторов имеет следующий вид:

$$\langle \overline{m}_1 \overline{x}, \overline{m}_2 \overline{x}' | m_1 x, m_2 x'\rangle = \delta_{\overline{m}_1 m_1} \delta_{\overline{m}_2 m_2} \delta^{(2)}(\overline{x} - x) \delta^{(2)}(\overline{x}' - x'). \tag{22}$$

Если для линии, соединяющей кварк и антикварк, ввести полярные координаты

$$x'^1 - x^1 = \rho\cos\varphi, \qquad x'^2 - x^2 = \rho\sin\varphi, \tag{23}$$

то введенная выше экспонента может быть определена следующим образом:

$$U_{x^\perp, x'^\perp} = \lim_{a\to 0} \prod_{i=1}^{i=\rho/a} \exp\left\{-iga\left(A_{1(0)}(z_i)\cos\varphi + A_{2(0)}(z_i)\sin\varphi\right)\right\}, \tag{24}$$

где a — шаг по координате ρ.

Рассмотрим действие $H_{(0)}$ на указанные базисные векторы. Эти векторы являются собственными векторами оператора P_- с собственными значениями p_-, равными сумме импульсов кварка и антикварка. Поэтому можно рассмотреть действие оператора $2P_-H_{(0)}$, дающего вклад в выражение для квадрата массы. Этот оператор действует только на $U_{x^\perp, x'^\perp}$ и на вакуумное состояние.

Так как

$$[\pi_k^a(\overline{x}^\perp), U_{x^\perp, x'^\perp}] = \lim_{a\to 0} \sum_{i=1}^{i=\rho/a} (-ga)(\delta_{k1}\cos\varphi + \delta_{k2}\sin\varphi)\delta^{(2)}(\overline{x}^\perp - z_i^\perp) \times \\ \times \left(U_{x^\perp, z_i^\perp} \frac{\lambda^a}{2} U_{z_{i+1}^\perp, x'^\perp}\right), \tag{25}$$

то

$$\int \left[\pi_k^a(\overline{x}^\perp), [\pi_k^a(\overline{x}^\perp), U_{x^\perp, x'^\perp}]\right] d^2\overline{x}^\perp =$$
$$= \lim_{a\to 0} \sum_{i=1}^{i=\rho/a} (g^2a^2)\delta^{(2)}(0) \frac{\lambda^a}{2}\frac{\lambda^a}{2}(\cos^2\varphi + \sin^2\varphi) U_{x^\perp, x'^\perp} =$$
$$= \lim_{a\to 0} \frac{g^2}{2}\left(N - \frac{1}{N}\right)\left(\frac{\rho}{a}\right) a^2\delta^{(2)}(0) U_{x^\perp, x'^\perp}. \quad (26)$$

Здесь мы полагаем $a^2\delta^{(2)}(0) \sim 1$ (как на решетке).

Используя этот результат, получаем следующее:

$$2P_- H_{(0)}|m,\, r,\, x^\perp; m', r', x'^\perp\rangle =$$
$$= \lim_{a\to 0} \frac{g^4\left(N - \dfrac{1}{N}\right)^2 \rho^2}{4(L_0)^2 a^2} |m, r, x^\perp; m', r', x'^\perp\rangle. \quad (27)$$

Чтобы результат был конечным, необходимо перенормировать параметр L_0 так, чтобы произведение $L_0 a$ было конечно ($L_0 a \to L_1$ при $a \to 0$, $L_0 \to \infty$). Таким образом, вклад $H_{(0)}$ в квадрат массы пропорционален ρ^2, где ρ — расстояние между кварком и антикварком в поперечной плоскости.

Так как рассматривается только проекция гамильтониана на приведенное выше подпространство кварк-антикварковых состояний, вклад членов, содержащих ненулевые моды глюонного поля, можно достаточно просто учесть. Таким образом, оставшаяся часть гамильтониана содержит только фермионные поля и глюонные нулевые моды. Эта часть гамильтониана имеет следующий вид (вакуумный вклад ненулевых мод A_k отбрасывается):

$$\int_{-L}^{L} dx^- \int d^2x^\perp \left[\frac{i}{\sqrt{2}} \psi_+^+ (D_\perp + M)\partial_-^{-1}(D_\perp - M)\psi_+ + \right.$$
$$\left. + g^2 \partial_-^{-1}\left(\psi_+^+ \frac{\lambda^a}{2}\psi_+\right) \partial_-^{-1}\left(\psi_+^+ \frac{\lambda^a}{2}\psi_+\right)\right]. \quad (28)$$

Она содержит четырехфермионный член, который также должен быть спроецирован на выбранные базисные состояния. Его можно записать следующим образом:

$$g^2 \int_{-L}^{L} dx^- \int_{-L}^{L} dx'^- \int d^2x^\perp \times$$
$$\times \left[\left(\psi_+^+ \frac{\lambda^a}{2}\psi_+\right)_{x^-} |x^- - x'^-| \left(\psi_+^+ \frac{\lambda^a}{2}\psi_+\right)_{x'^-}\right]. \quad (29)$$

Можно предположить, что такое взаимодействие дает конфайнмент кварка и антикварка по координате x^- по аналогии с известной моделью для (1+1)-мерной КХД [9]. Однако действие этого члена гамильтониана на наши кварк-антикварковые состояния дает нуль, за исключением случая, когда кварк и антикварк не разделены по $x^\perp$ (т. е. при $\rho = 0$). Это связано с локальностью рассматриваемого члена взаимодействия по $x^\perp$ и рассмотрением его действия только на подпространстве состояний кварка и антикварка. Поэтому в рамках данной модели этот член не дает вклада.

С другой стороны, можно предложить модификацию данного 4-фермионного члена, которая позволяет восстановить взаимодействие между разделенными по $x^\perp$ кварком и антикварком. Предлагается следующая модификация этого 4-фермионного члена:

$$\frac{g^2}{\pi R^2}\int\limits_{-L}^{L} dx^- \int d^2x^\perp \int\limits_{|x'^\perp - x^\perp| \leqslant R} d^2x'^\perp \partial_-^{-1}\left(\psi_+^+(x^-, x^\perp)\,\frac{\lambda^a}{2}\,\psi_+(x^-, x^\perp)\right) \times \\ \times\, \partial_-^{-1}\left(\psi_+^+(x^-, x'^\perp) U_{x'^\perp, x^\perp}\frac{\lambda^a}{2} U_{x^\perp, x'^\perp}\psi_+(x^-, x'^\perp)\right), \quad (30)$$

где оператор $U_{x^\perp, x'^\perp}$ позволяет сохранить калибровочную симметрию, остающуюся после фиксации калибровки СФ. Множитель $1/(\pi R^2)$ введен для усреднения по различным вариантам делокализации рассматриваемого члена взаимодействия в поперечной плоскости в круге радиусом R. Здесь вводится размерный параметр R. Таким образом, появляются два новых параметра: L_1 и R.

Рассмотрим более подробно задачу на собственные значения полученного выше эффективного гамильтониана. Определяются собственные векторы этого гамильтониана на подпространстве состояний, отвечающих собственному значению оператора импульса P_-, равному $\pi n/L$ и нулевому собственному значению оператора $P_\perp$:

$$|f\rangle = \sum_{m,m'>0} \delta_{n,m+m'} \int d^2x^\perp d^2x'^\perp f_{m,m'}(x'^\perp - x^\perp)|m,\, x^\perp; m',\, x'^\perp\rangle, \quad (31)$$

$$P_-|f\rangle = \frac{\pi n}{L}|f\rangle, \quad P_\perp|f\rangle = 0. \quad (32)$$

Действуя данным эффективным гамильтонианом на вектор $|f\rangle$ и проецируя полученный результат на базисные векторы, можно получить уравнение на собственные значения оператора квадрата массы:

$$\langle m,\, x^\perp; m',\, x'^\perp|2P_-P_+^{\text{eff}}|f\rangle = m^2\langle m,\, x^\perp; m',\, x'^\perp|f\rangle, \quad (33)$$

где P_+^{eff} определяется с помощью рассматриваемого эффективного гамильтониана.

Используя свойство ортонормированности базисных состояний, можно переписать это уравнение как уравнение на волновые функции $f_{m,m'}(x^\perp)$:

$$m^2 f_{m,m'}(x^\perp) = \\ = \left(\frac{g^4 \left(N - \frac{1}{N}\right)^2 \rho^2}{4(L_0 a)^2} + p_n \left(\frac{1}{p_m} + \frac{1}{p'_m} \right) \left(M^2 - \nabla_\perp^2 \right) \right) f_{m,m'}(x^\perp) - \\ - \frac{g^2 \left(N - \frac{1}{N}\right)}{L\pi R^2} \sum_{m_1, m_2 > 0} \delta_{n, m_1 + m_2} \frac{p_n}{(p_m - p_{m_1})^2} f_{m_1, m_2}(x^\perp) - \\ - \frac{g^2 \left(N - \frac{1}{N}\right)}{2L\pi R^2} \sum_{m_1 > 0} p_n \left(\frac{1}{(p_m + p_{m_1})^2} + \frac{1}{(p_{m'} + p_{m_1})^2} \right) f_{m,m'}(x^\perp), \quad (34)$$

где

$$\nabla_\perp^2 = \partial_1^2 + \partial_2^2, \quad \rho^2 = (x^1)^2 + (x^2)^2. \quad (35)$$

Чтобы записать это уравнение в пределе $L \to \infty$, вводятся новые переменные

$$\xi = \frac{p_m}{p_n}, \quad \xi' = \frac{p_{m_1}}{p_n}. \quad (36)$$

Тогда имеем

$$1 - \xi = \frac{p_{m'}}{p_n}, \quad dp_{m_1} \simeq \frac{\pi}{L}, \quad d\xi' = \frac{dp_{m_1}}{p_n} \simeq \frac{\pi}{L p_n}, \quad (37)$$

$$\frac{\pi}{L p_n} \sum_{m_1 > 0} p_n^2 \left(\frac{1}{(p_m + p_{m_1})^2} + \frac{1}{(p_{m'} + p_{m_1})^2} \right) \simeq \\ \simeq \int_0^\infty d\xi' \left(\frac{1}{(\xi + \xi')^2} + \frac{1}{(1 - \xi + \xi')^2} \right) = \frac{1}{\xi} + \frac{1}{1 - \xi} = -\int_0^1 \frac{d\xi'}{(\xi' - \xi)^2}, \quad (38)$$

$$\frac{\pi}{L p_n} \sum_{m_1 > 0} p_n^2 \left(\frac{1}{(p_m - p_{m_1})^2} \right) \simeq \int_0^1 \frac{d\xi'}{(\xi' - \xi)^2}. \quad (39)$$

Введя новое обозначение для волновой функции $f(\xi, x^{\perp})$ вместо $f_{m,m'}(x^{\perp})$, можно переписать данное уравнение в следующем виде:

$$\left(\frac{M^2-\nabla_{\perp}^2}{\xi(1-\xi)}+\frac{g^4\left(N-\frac{1}{N}\right)^2}{4\left(L_0 a\right)^2}-\frac{g^2\left(N-\frac{1}{N}\right)}{4\pi^2 R^2}\left(\frac{1}{\xi(1-\xi)}\right)-C\right) f(\xi, x^{\perp})-\\ -\frac{g^2\left(N-\frac{1}{N}\right)}{2\pi^2 R^2} P \int\limits_0^1 \frac{d\xi' \, f(\xi', x^{\perp})}{\left(\xi'-\xi\right)^2}=m^2 f(\xi, x^{\perp}), \quad (40)$$

где символ P означает взятие интеграла в смысле комплексной версии главного значения [9], которая исключает особенность $\xi' = \xi$. Также добавлена возможная константа C, связанная с перенормировкой этой особенности.

Уравнение (40) является интегродифференциальным уравнением, нахождение решения которого требует численных методов. Однако можно найти аналитическое решение данного уравнения в пределе больших масс кварков $M \to \infty$ [8].

Введем безразмерные переменные

$$\overline{x}=\frac{x^{\perp}}{R_0}, \qquad \overline{m}=m R_0, \qquad \overline{M}=M R_0, \qquad \overline{\nabla}_{\perp}^2=\nabla_{\perp}^2 R_0^2,\\ \beta=\frac{g^2\left(1-\frac{1}{N}\right)}{2 L_0 a} R_0^2, \qquad \gamma=\frac{g^2\left(1-\frac{1}{N}\right)}{2\pi^2}, \quad (41)$$

где $R_0 = (R^2/M)^{1/3}$ и делается замена переменной ξ на $\omega = 2\xi - 1$, $-1 \leqslant \omega \leqslant 1$. Тогда уравнение (40) можно переписать в следующем виде:

$$\left(\frac{\overline{M}^2-\overline{\nabla}_{\perp}^2-\frac{\gamma}{2}}{1-\omega^2}+\frac{\beta^2}{4}\overline{x}^2-\frac{C}{4}\right)\overline{f}(\omega, \overline{x})-\frac{\gamma}{2\overline{M}} P \int\limits_{-1}^{1} \frac{d\omega' \, \overline{f}(\omega', \overline{x})}{(\omega'-\omega)^2}=\\ =\frac{\overline{m}^2}{4}\,\overline{f}(\omega, \overline{x}). \quad (42)$$

Большой массе кварков (по сравнению с их импульсами в системе центра масс) соответствует $\omega^2 \ll 1$. Удобно ввести новую переменную $s = \overline{M}\omega$, $-\overline{M} \leqslant s \leqslant \overline{M}$, и разложить уравнение в ряд по степеням $\overline{M}^{-1}$. Также вводим новый параметр $C' = C - 4\overline{M}$ такой, что C' остается конечным при $\overline{M} \to \infty$, и полагаем, что R_0 не зависит от M. Тогда в пределе $\overline{M} \to \infty$ получаем

$$\left(-\overline{\nabla}_{\perp}^2+s^2+\frac{\beta^2}{4}\overline{x}^2-\frac{C'}{4}\right)\widetilde{f}(s, \overline{x})-\frac{\gamma}{2} P \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{ds' \, \widetilde{f}(s', \overline{x})}{(s'-s)^2}=\frac{\overline{m}^2}{4}\,\widetilde{f}(s, \overline{x}). \quad (43)$$

После преобразования Фурье по переменной s: $\varphi(z, \overline{x}) = (1/\sqrt{2\pi}\,) \int ds \exp(isz) \widetilde{f}(z, \overline{x})$, получаем следующее уравнение:

$$\left(-\overline{\nabla}_{\perp}^2 - \partial_z^2 + \frac{\beta^2}{4}\overline{x}^2 + \frac{\pi}{2}\gamma|z| - \frac{C'}{4}\right)\varphi(z, \overline{x}) = \frac{\overline{m}^2}{4}\,\varphi(z, \overline{x}). \qquad (44)$$

Уравнение (44) является уравнением с разделяющимися переменными. Можно записать $\varphi(z, \overline{x}) = \varphi_1(\overline{x})\varphi_2(z)$. Таким образом, спектр данного уравнения представляет собой сумму спектра гармонического осциллятора для $\varphi_1(\overline{x})$: $\overline{m}_1^2(n_1,\, n_2) = 4\beta \sum\limits_{k=1,2} (n_k + 1/2) - C'$ и спектра уравнения Эйри для φ_2: $\overline{m}_2^2(n_3) = 4\,(\pi\gamma/2)^{2/3}\,|\zeta_{n_3}|$, где $n_i \in \mathbb{Z},\ n_i \geqslant 0,\ i = 1, 2, 3$; ζ_n — нули соответствующих функций Эйри $\left(|\zeta_n| \approx (3\pi/4)\,(n + 1/2)^{2/3}\right)$.

Полученные уравнения не имеют явной вращательной симметрии, и мы не можем классифицировать собственные состояния по полному орбитальному моменту l. Простейшая возможность восстановить вращательную симметрию нашего уравнения — это изменить член, содержащий $|z|$, таким образом, чтобы получалось уравнение для трехмерного гармонического осциллятора. Тогда мы получим спектр трехмерного гармонического осциллятора $m^2 \sim (2n + l + \mathrm{const})$.

2. МОДИФИКАЦИЯ ЭФФЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА НА СФ, УЧИТЫВАЮЩАЯ 3-МЕРНУЮ ВРАЩАТЕЛЬНУЮ СИММЕТРИЮ

В данном разделе исследуется возможность построения эффективного гамильтониана КХД на СФ, который соответствует кварк-антикварковой модели и в то же время приводит к спектральному уравнению, имеющему спектр, подобный спектру трехмерного гармонического осциллятора, хотя бы в пределе больших масс кварков. Для этого вместо нулевой моды поля A_- вводится новое эффективное поле $\widetilde{A}_-$ и модификация обычного выражения для H_{QCD}, включающая дополнительные члены, связанные с данным полем. Это поле представляется не зависящим от x^- и $x^{\perp}$, а также от цветных индексов группы $SU(N)$. Оно может рассматриваться как эффективная модель упрощенного учета нулевой моды глюонного поля A_-, которую мы отбрасывали в разд. 1, накладывая условие $A_- = 0$, несмотря на периодические граничные условия по x^- [12]. Поэтому мы вводим взаимодействие кварковых полей с этим полем посредством замены $D_-(A_-) \to (\partial_- - i\widetilde{A}_-) \equiv D_-(\widetilde{A}_-)$.

Рассмотрим вариант такого подхода к описанию мезонов как связанных кварк-антикварковых состояний. Обычно спектральное уравнение на СФ имеет вид «потенциального» уравнения на квадрат массы $m^2 = 2P_+P_- - P_{\perp}$, соответствующего уравнению на собственные значения гамильтониана P_+ при фиксированных значениях продольного (P_-) и поперечного $(P_{\perp})$ импульсов. Поэтому члены в P_+^{eff}, которые должны определять аналог «потенциала» в уравнении для m^2, вводятся с множителем $(1/2P_-)$.

Возьмем рассмотренный в разд. 1 гамильтониан и учтем, помимо $A_{\perp 0}$, нулевую моду поля A_-, но заменим ее на эффективное поле $\widetilde{A}_-$. Добавим еще член с импульсом Π_-, канонически сопряженным к $\widetilde{A}_-$: $\left(\varkappa^2/2P_-\right)\left(\Pi_-^2 P_-^2/4M^2\right)$, который в пределе больших масс M должен восстановить вращательную инвариантность спектрального уравнения. Также считаем, что вклад в спектральное уравнение 4-фермионного члена равен нулю.

В итоге

$$H^{\text{eff}} = H_G + H_\psi, \tag{45}$$

$$H_\psi = \frac{i}{2}\int d^2x^\perp dx^-\, \chi^+(x)\,(D_\perp + M)\,D_-^{-1}\,(D_\perp - M)\,\chi(x), \tag{46}$$

где

$$\chi(x) = \int\limits_0^\infty \frac{dq}{2\pi}\left(b_q(x^\perp)\,\mathrm{e}^{-iqx^-} + d_q^+(x^\perp)\,\mathrm{e}^{iqx^-}\right), \quad D_- = D_-(\widetilde{A}), \tag{47}$$

$$H_G = \frac{1}{2P_-}\left[\int \frac{d^2x^\perp}{g^2L_0}\left(\pi_k^a(x^\perp)\pi_k^a(x^\perp)\right)\right]^2 + \frac{\varkappa^2}{2P_-}\frac{\Pi_-^2P_-^2}{4M^2}. \tag{48}$$

Такой гамильтониан сохраняет симметрию СФ и остаточную калибровочную инвариантность.

Выберем подпространство кварк-антикварковых состояний следующим образом:

$$\begin{gathered}|f(P)\rangle = \int d^2x_1^\perp d^2x_2^\perp dx_1^- dx_2^-\, f_p(x_1 - x_2)\,\times \\ \times \exp\left(-iP_\perp\frac{(x_1+x_2)^\perp}{2} - iP_-\frac{(x_1+x_2)^-}{2}\right)\times \\ \times \frac{1}{(2\pi)^2}\int\limits_0^{+\infty}\frac{dq_1dq_2}{2\pi}\exp\left(iq_1x_1^- + iq_2x_2^-\right)b_{q_1}^+(x_1^\perp)U_{x_1,x_2}(A_\perp,\widetilde{A}_-)d_{q_2}^+(x_2^\perp)|0\rangle,\end{gathered} \tag{49}$$

где

$$\begin{gathered}U_{x_1,x_2}(A_\perp,\widetilde{A}_-) = P\,\exp\left(-i\int\limits_{x_1^\perp}^{x_2^\perp} dz^kA_{k(0)}(z^\perp)\right)\mathrm{e}^{i\widetilde{A}_-(x_1^- - x_2^-)} = \\ = U_{x_1^\perp,x_2^\perp}(A_\perp)\,\mathrm{e}^{i\widetilde{A}_-(x_1^- - x_2^-)}.\end{gathered} \tag{50}$$

Удобно использовать следующие обозначения:

$$x = (x_1 - x_2), \quad \overline{x} = (x_1 + x_2)/2, \quad q = (q_1 - q_2)/2, \quad \overline{q} = q_1 + q_2. \tag{51}$$

Перепишем наше состояние в координатах x, $\overline{x}$:

$$|f(P)\rangle = \int [d^3x] |P, A_\perp, x^\perp\rangle \exp\left(i(q + \widetilde{A}_-)x^-\right) f_p(x) = \\ = \int [d^3x] |P, A_\perp, \widetilde{A}_-, x\rangle\, f_p(x), \quad (52)$$

где $\int [d^3\, x] = \int d^2x^\perp dx^-$, а векторы $|P, A_\perp, x^\perp\rangle$ и $|P, A_\perp, \widetilde{A}_-, x\rangle$ определяются равенством (49).

Рассмотрим уравнение на квадрат массы

$$m^2 |f(P)\rangle = (2P_+ P_- - P_\perp) |f(P)\rangle. \quad (53)$$

Учитывая результат (27), выберем $\varkappa^2 = \lim\limits_{a\to 0} \left(g^4 \left(N - \frac{1}{N} \right)^2 \right) / (4(L_0)^2 a^2)$ и перейдем к новой «буст-инвариантной» координате $x^3 \equiv (P_- x^- / 2M)$. Перепишем уравнение (53) с учетом действия эффективного гамильтониана на выбранное нами пространство состояний:

$$\left(\varkappa^2 (\rho^2 + (x^3)^2) - 4 \frac{\nabla_\perp^2 - M^2}{1 + (\partial_3^2)/M^2} + C - m^2 \right) f_p(x^\perp, x^3) = 0, \quad (54)$$

где мы добавили, как и в (44), произвольную константу C.

При $M^2 \gg \nabla_\perp^2$, $M^2 \gg \partial_3^2$ можно разложить знаменатель дроби в уравнении (54) по степеням M^{-1}. Тогда в пределе $M \to \infty$ получается уравнение 3-мерного гармонического осциллятора (здесь введены обозначения $r^2 = \rho^2 + (x^3)^2$, $\Delta = \nabla_\perp^2 + \partial_3^2$):

$$\left(4\Delta - \varkappa^2 r^2 - C' + m^2 \right) f_p(r) = 0,\ C' = C - 4M^2 \to \mathrm{const.} \quad (55)$$

Таким образом, в пределе больших масс «конституентных» кварков восстанавливается явная вращательная симметрия.

Если в уравнении (54) сначала перейти к фурье-образу по x^3 (сопряженная переменная s), а затем к фурье-образу по $x^\perp$ (сопряженная переменная $q_\perp$), то спектральное уравнение (54) можно переписать в следующем виде:

$$\left(-\varkappa^2 (\partial_{q_\perp}^2 + \partial_3^2) + 4 \frac{q_\perp^2 + M^2}{1 - s^2/M^2} + C \right) \widetilde{f}_p(q_\perp, s) = 0. \quad (56)$$

Это сингулярное дифференциальное уравнение, для решения которого требуется применение численных методов. Анализ асимптотического поведения решений в особых точках и на бесконечности показывает, что решения, обладающего «хорошей» нормой во всем пространстве, не существует. Также при конечных M отсутствует явная симметрия относительно вращений в пространстве (x^1, x^2, x^3).

Формальная попытка ввести такую симметрию приведена ниже.

Рассмотрим следующее выражение для P_+^{eff}:

$$P_+^{\mathrm{eff}} = \frac{1}{2P_-}\Bigg(\varkappa^2\left(\Pi_\perp^2 + \Pi_3^2\right) + \\ + 2\int d^2x^\perp \int\limits_0^\infty dq_- \Bigg[b_{q_-}^+(x^\perp)\left(-D_\perp^2 + \left(q_3 + \widetilde{A}_3\right)^2\right) b_{q_-}(x^\perp) + \\ + d_{q_-}^+(x^\perp)\left(-(D_\perp^*)^2 + \left(q_3 - \widetilde{A}_3\right)^2\right) d_{q_-}(x^\perp)\Bigg]\Bigg), \quad (57)$$

где $\Pi_3 \equiv P_-\Pi_-/2M$, $D_\perp = \partial_\perp - iA_\perp$, $D_\perp^* = \partial_\perp + iA_\perp$, $x^3 \equiv P_-x^-/M$, $\widetilde{A}_3 \equiv M\widetilde{A}_-/P_-$, $q_3 \equiv 2Mq_-/P_-$, $q_3x^3 = q_-x^-$, $r = (x^1, x^2, x^3)$.

Такой эффективный гамильтониан явно нелокален и существенно отличается от гамильтониана КХД, использованного выше.

Пространство состояний выбирается в том же виде, что и в предыдущем случае (выражение (52)). В результате действия на него эффективного гамильтониана P_+^{eff} получаем спектральное уравнение, обладающее явной 3-мерной вращательной симметрией относительно координат (x^1, x^2, x^3):

$$\left(4\Delta - \varkappa^2 r^2 - 4M^2 + m^2\right) f_p(r) = 0. \quad (58)$$

3. ПОСТРОЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ГАМИЛЬТОНИАНА НА СФ, ВОСПРОИЗВОДЯЩЕГО УРАВНЕНИЕ БРОДСКОГО И ТЕРАМОНА [10]

Предлагаемый нами полуфеноменологический подход к получению спектрального уравнения дает результаты, похожие на результаты, получаемые в работах, где форма спектрального уравнения не выводится из модели кварковых и глюонных полей, а определяется исходя из предположения об идентичности формы этого уравнения форме уравнения для полей в пятимерном AdS-пространстве, используемого в рамках AdS/QCD дуальности [11]. Поэтому мы попробовали повторить результаты, полученные в статье [10], в рамках нашего формализма.

Снова возьмем подпространство состояний (52), но модифицируем его, для простоты, заменой глюонного поля $A_\perp$ на однородное абелево поле $\widetilde{A}_\perp(x^+)$. Построим эффективный гамильтониан следующего вида:

$$H^{\mathrm{eff}} = H_G + H_\psi, \quad (59)$$

где H_ψ совпадает с выражением (46), модифицированным заменой глюонного поля A_μ на однородное абелево поле $\widetilde{A}_\mu(x^+)$:

$$H_\psi = \frac{i}{2}\int d^2x^\perp dx^-\, \chi^+(x)\left(D_\perp + M\right) D_-^{-1}\left(D_\perp - M\right)\chi(x), \\ D_i = \partial_i - i\widetilde{A}_i, \quad i = -, 1, 2, \quad (60)$$

а H_G — феноменологический член, учитывающий динамику нулевых мод на СФ:

$$H_G = \frac{\varkappa^2}{4P_-}\left\{\frac{\Pi_-^2 P_-^2}{M^2} + \Pi_\perp^2,\ \frac{\widetilde{P}_-}{P_-}\right\} = \frac{\varkappa^2}{4P_-}\left\{\Pi_3^2 + \Pi_\perp^2,\ \frac{\widetilde{P}_-}{P_-}\right\}, \tag{61}$$

где $\widetilde{P}_- = \left(\int [d^3y]\,\chi^+(y)(-iD_-^{-1})\chi(y)\right)^{-1}$ и фигурные скобки означают антикоммутатор. Оператор $\widetilde{P}_-$ действует на состояния следующим образом:

$$\widetilde{P}_- |P, \widetilde{A}_\perp, \widetilde{A}_-, x\rangle = |P, \widetilde{A}_\perp, \widetilde{A}_-, x\rangle \frac{1}{P_-}\left((P_-/2)^2 - \widetilde{q}^2\right), \tag{62}$$

где векторы $|P, \widetilde{A}_\perp, \widetilde{A}_-, x\rangle$ определяются равенствами (49) и (52), а $\widetilde{q} = q + \widetilde{A}_-$.

Введем новую безразмерную переменную $z = 2\widetilde{q}/P_-$, и выпишем спектральное уравнение на собственные значения оператора квадрата массы:

$$\begin{aligned}
&\left(2P_-P_+^{\text{eff}} - P_\perp^2 - m^2\right)|f(P)\rangle = \\
&\quad = \int [d^3x]|P, \widetilde{A}_\perp, x\rangle\left(4\frac{-\nabla_\perp^2 + M^2}{1-z^2} + \frac{\varkappa^2}{4}\left(1-z^2\right)\left(x^\perp\right)^2 - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\varkappa^2}{M^2}\left[\left(1-z^2\right)\partial_{zz}^2 - 2z\partial_z - 1\right] - m^2\right)\exp\left(i(q+\widetilde{A}_-)x^-\right)\, f_p(x) = 0.
\end{aligned} \tag{63}$$

Удобно сделать фурье-преобразование по x^-:

$$\begin{aligned}
\widehat{f}_p(x^\perp, \widetilde{q}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int dx^- f_p(x)\exp\left(i(q+\widetilde{A}_-)x^-\right) = \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int dx^- f_p(x)\exp\left(i\widetilde{q}x^-\right).
\end{aligned} \tag{64}$$

Перейдем к новым безразмерным переменным $Mx^\perp\sqrt{1-z^2} = \widetilde{x}^\perp$, $\nabla_\perp^2/(1-z^2) = M^2\nabla_{\widetilde{x}^\perp}^2$. Также введем обозначение $\widehat{f}_p(x^\perp, \widetilde{q}) \equiv \widehat{\varphi}_p(x^\perp M\sqrt{1-z^2}, 2\widetilde{q}/P_-) = \widehat{\varphi}_p(\widetilde{x}^\perp, z)$. Тогда наше спектральное уравнение можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
&\left(M^2\nabla_{\widetilde{x}^\perp}^2 - \frac{\varkappa^2}{16M^2}|\widetilde{x}^\perp|^2 + \frac{\varkappa^2}{4M^2}\left[\left(1-z^2\right)\partial_{zz}^2 - 2z\partial_z - 1\right] - \right. \\
&\qquad \left. - \frac{M^2}{1-z^2} + \frac{m^2}{4}\right)\widehat{\varphi}_p(\widetilde{x}^\perp, z) = 0.
\end{aligned} \tag{65}$$

Данное спектральное уравнение в точности соответствует уравнению, полученному в работе [10], если сделать замену $z \to (2x-1)$, где x — переменная, используемая в уравнении работы [10]. Это уравнение также приводит к восстановлению вращательной симметрии в пределе больших M.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе предлагаются модели для описания адронов как связанных состояний кварков и глюонов в рамках гамильтонова подхода на СФ. Для построения эффективного гамильтониана на СФ нами используются некоторые модификации обычного гамильтониана КХД в калибровке СФ, ограничиваемые на подпространства, содержащие, например, для мезонов только кварк, антикварк и «струну», построенную из нулевых мод глюонного поля и соединяющую кварк и антикварк.

В отличие от обычного канонического квантования КХД на СФ, где нулевые моды глюонного поля не являются независимыми переменными, в нашем полуфеноменологическом подходе нулевые моды являются независимыми динамическими переменными на СФ, вклад которых легко учитывается и позволяет получить разумное описание спектра мезонов. Идея предложенной в данной статье модели отчасти подсказана нашим исследованием предельного перехода к гамильтониану КХД на СФ от гамильтонианов, определенных на пространственноподобных гиперплоскостях, приближающихся к СФ [6, 7]. Было замечено, что можно сохранить нулевую моду как независимую динамическую переменную даже в пределе СФ и получить при этом конечный вклад в выражение для квадрата массы, если допустить различный способ предельного перехода для нулевых и ненулевых мод и отбросить возникающие при этом вклады, нарушающие симметрию СФ. Таким образом, возникает необычная добавка к гамильтониану КХД на СФ, которая дает вклад в уравнение на спектр квадрата масс мезонов, пропорциональный квадрату расстояния между кварком и антикварком. Однако сохранение симметрии на СФ не гарантирует еще наличия полной лоренцевой симметрии в нашей модели. Мы имеем возможность проверки полной лоренцевой симметрии, если рассматривать решение нашего спектрального уравнения в пределе больших масс кварков, когда должна явно восстанавливаться 3-мерная вращательная симметрия. Это дает возможность получить модель, которая удовлетворяет данному требованию.

Интересно отметить математическое сходство полученных нами спектральных уравнений для мезонов с уравнениями, предлагаемыми в работах Бродского, Терамона и др. [11, 13, 14], где используется идея отождествления спектрального уравнения для кварка и антикварка на СФ с уравнениями в 5-мерном AdS-пространстве в рамках гипотезы AdS/QCD дуальности [10, 11]. Один из вариантов нашей модели приводит к точному совпадению нашего спектрального уравнения с уравнением, предложенным в недавней работе Бродского и Терамона [10].

Благодарности. Авторы выражают благодарность организаторам LXXI Международной конференции по ядерной физике «Ядро-2021. Физика атомного ядра и элементарных частиц. Ядерно-физические технологии». Также мы благодарим профессоров С. С. Афонина и Юйбина Дуна за полезные обсуждения, связанные с работой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bakker B. L. G. et al.* Light-Front Quantum Chromodynamics: A Framework for the Analysis of Hadron Physics // Nucl. Phys. B. Proc. Suppl. 2014. V. 251–252. P. 165–174; arXiv:1309.6333 [hep-ph].
2. *Dirac P. A. M.* Forms of Relativistic Dynamics // Rev. Mod. Phys. 1949. V. 21, No. 3. P. 392—398.
3. *Пастон С. А., Прохватилов Е. В., Франке В. А.* К построению гамильтониана КХД в координатах светового фронта // ТМФ. 1999. Т. 120, № 3. С. 417–437; arXiv:hep-th/0002062.
4. *Малышев М. Ю., Прохватилов Е. В., Зубов Р. А., Франке В. А.* Построение пертурбативно корректного гамильтониана на световом фронте для $(2+1)$-мерной калибровочной теории // ТМФ. 2017. Т. 190, № 3. С. 479–493; arXiv:1609.07507 [hep-th].
5. *Малышев М. Ю., Прохватилов Е. В.* Квантовая хромодинамика на световом фронте с нулевыми модами, моделирующими вакуум // ТМФ. 2011. Т. 169, № 2. С. 272–284.
6. *Зубов Р. А., Прохватилов Е. В., Малышев М. Ю.* Модель кварк-антикваркового взаимодействия в квантовой хромодинамике на световом фронте // ТМФ. 2017. Т. 190, № 3. С. 440–454.
7. *Malyshev M. Y., Prokhvatilov E. V., Franke V. A.* Effective Hamiltonian for QCD on the Light Front // Phys. Part. Nucl. Lett. 2019. V. 16, No. 5. P. 533–536.
8. *Prokhvatilov E. V. et al.* Effective Light Front QCD Hamiltonian and Spectral Equation for Quark–Antiquark States // Proc. of the 18th Intern. Conf. on Hadron Spectroscopy and Structure (HADRON 2019). P. 632–637.
9. *'t Hooft G.* A Two-Dimensional Model for Mesons // Nucl. Phys. B. 1974. V. 75, No. 3. P. 461–470.
10. *de Teramond G. F., Brodsky S. J.* Longitudinal Dynamics and Chiral Symmetry Breaking in Holographic Light-Front QCD. arXiv:2103.10950v1 [hep-ph].
11. *Brodsky S. J., de Teramond G. F., Dosch G. H., Erlich J.* Light-Front Holographic QCD and Emerging Confinement // Phys. Rep. 2015. V. 584. P. 1–105; arXiv:1407.8131v2 [hep-ph].
12. *Franke V. A., Novozhilov Y. V., Prokhvatilov E. V.* On the Light-Cone Formulation of Classical Non-Abelian Gauge Theory // Lett. Math. Phys. 1981. V. 5, No. 3. P. 239–245.
13. *Chabysheva S. S., Hiller J. R.* Dynamical Model for Longitudinal Wave Functions in Light-Front Holographic QCD // Ann. Phys. 2013. V. 337. P. 143–152; arXiv:1207.7128 [hep-ph].
14. *Li Y., Maris P., Zhao X., Vary J. P.* Heavy Quarkonium in a Holographic Basis // Phys. Lett. B. 2016. V. 758. P. 118–124; arXiv:1509.07212 [hep-ph].