

# СОТРУДНИЧЕСТВО ОИЯИ С НАУЧНЫМИ УЧРЕЖДЕНИЯМИ ЕГИПТА В ОБЛАСТИ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ НАНОСТРУКТУР

*Ю. М. Шукринов*<sup>1,2,\*</sup>, *М. Наашат*<sup>1,3,\*\*</sup>

<sup>1</sup> Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

<sup>2</sup> Университет «Дубна», Дубна, Россия

<sup>3</sup> Каирский университет, Гиза, Египет

Представлен обзор результатов, полученных в области теоретических исследований и при моделировании различных сверхпроводящих джозефсоновских наноструктур в рамках сотрудничества с научными учреждениями Египта. В частности, рассмотрены системы связанных джозефсоновских переходов с разного типа шунтированием, приведены данные, отражающие их фазовую динамику и вольт-амперные характеристики при различных резонансных явлениях. Большое внимание уделено исследованию сверхпроводниковых структур с ферромагнитными материалами, позволяющих управлять магнитными свойствами системы посредством сверхпроводящего тока. Важное место занимают совместные исследования топологических и хаотических явлений в джозефсоновских структурах.

An overview of the results obtained in the framework of collaboration with Egyptian scientific institutions in the field of theoretical research and modeling of various superconducting Josephson nanostructures is presented. In particular, systems of coupled Josephson junctions with various types of shunting are considered, and results are presented that reflect their phase dynamics and current-voltage characteristics for various resonance phenomena. Much attention is paid to the study of superconducting structures with ferromagnetic materials, which make it possible to control the magnetic properties of the system by a superconducting current. An important place is occupied by joint studies of topological and chaotic phenomena in Josephson structures.

PACS: 74.20.-z; 79.60.Jv

## ВВЕДЕНИЕ

Сотрудничество ОИЯИ с научными учреждениями Египта в области теоретических исследований сверхпроводящих наноструктур началось в 2010 г. Оно было инициировано Учебно-научным центром ОИЯИ, еже-

---

\* E-mail: shukrinov@theor.jinr.ru

\*\* E-mail: majed@sci.cu.edu.eg

годно организующим практику молодых ученых и студентов в лабораториях ОИЯИ (рис. 1–3). В течение следующих пяти лет одиннадцать молодых ученых и студентов присоединились к практике в Лаборатории теоретической физики по теме «Компьютерное моделирование туннельных характеристик сверхпроводящих наноструктур». Из них Махмуд Гаафар, Ахмед Мараван, Хазем Абдель Хафиз, Мостафа Ел Демери, Радва Давуд, Маджед Нашаат и Али Абухасва продолжили работу и участвовали в совместных публикациях [1–22].

Основной нашей целью является создание базы для фундаментальных и прикладных исследований в области сверхпроводниковой электроники и спинтроники в обеих странах. В настоящее время проводятся интенсивные совместные работы по моделированию сверхпроводящих наноструктур, в частности связанных джозефсоновских переходов, шунтированных систем и гибридных джозефсоновских структур с различного типа барьерами. Это позволяет изучать фазовую динамику, вольт-амперные характеристики и получать новую информацию о различных резонансных явлениях в данных структурах.

Проведенные до настоящего времени совместные исследования дали ряд интересных результатов. В частности, предсказан гистерезис резонансного типа на вольт-амперной характеристике (ВАХ), возникающий в слоистых высокотемпературных сверхпроводниках [1]. Наблюдался электрический заряд на сверхпроводящих слоях, и было показано, что изменение амплитуды внешнего электромагнитного излучения меняет длину продольной плазменной волны, возникающей при параметрическом резонансе [2–5].

В работе [6] сообщалось о возникновении волны зарядовой плотности в системе связанных джозефсоновских переходов, также продемонстрированы преобразование продольной плазменной волны в волну зарядовой



Рис. 1. Участники практики для молодых ученых и студентов 2010 г. в лабораториях ОИЯИ. Среди них — Махмуд Гаафар, Ахмед Мараван, Хазем Абдель Хафиз, Маджед Нашаат и Али Абухасва, которые продолжили работу над сверхпроводящими наноструктурами и участвовали в совместных публикациях



Рис. 2. Участники практики для молодых ученых и студентов 2019 г. Среди них — Сара Али Абделмонейм, которая присоединилась к проекту по исследованию спинтронных эффектов в джозефсоновских переходах



Рис. 3. Участники практики молодых ученых и студентов 2022 г. Найра Мусса присоединилась к исследованиям SFS-структур

плотности и переходы между волнами зарядовой плотности разного типа. В области ветвления на ВАХ обнаружены лестничные структуры ступенек Шапиро [7].

Кроме того, наблюдались эффекты стационарного и нестационарного разбаланса заряда в слоистых сверхпроводящих структурах [8–11]. Также обнаружено, что эффект разбаланса заряда проявляется на ступеньке Шапиро, которая имеет конечный наклон и отклонение напряжения от его канонического значения. Величины сдвига и наклона зависят от

времени релаксации квазичастиц и толщины сверхпроводящего слоя. В связи с этим мы показали, что открывается новая возможность определения времени релаксации квазичастиц по наклону ступеньки Шапино. В шунтированных системах наблюдалась трансформация бегущих волн в стоячие [12].

Наше сотрудничество позволило разработать серию компьютерных программ для моделирования динамики и ВАХ джозефсоновских структур, а также сверхпроводниковых квантовых интерференционных устройств (СКВИД) с нетривиальными барьерами [13–15]. Было показано, что ВАХ шунтированных джозефсоновских переходов с локализованными подщелевыми майорановскими состояниями обеспечивают фазочувствительный метод их обнаружения. Возникновение дополнительных лестничных структур на ВАХ позволяет разрабатывать методы регистрации майорановских состояний в джозефсоновских структурах. В случае СКВИД с нетривиальными барьерами соответствующая резонансная ветвь имеет сдвиг по напряжению, что также может быть использовано для экспериментального обнаружения майорановских фермионов.

Важной задачей сверхпроводниковой спинтроники на основе джозефсоновских переходов с магнитными барьерами является реализация управления магнитными свойствами посредством джозефсоновского тока и, наоборот, управления джозефсоновским током посредством магнитной системы [23–27]. В таких системах важную роль при достижении такого управления играет спин-орбитальная связь [28]. Примером может служить перемагничивание в структуре сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник (СФС) посредством импульса тока [29]. Этот эффект может найти применение в ряде приложений по созданию квантовых компьютеров на основе джозефсоновских переходов. Нами получены интересные результаты при изучении сверхпроводящих структур с магнитными материалами. Важное место в совместных исследованиях отводится топологическим и хаотическим явлениям в джозефсоновских структурах различных типов.

Хорошо известно, что при ферромагнитном резонансе спиновая волна может возбуждаться микроволновым магнитным полем, когда все элементарные спины прецессируют в фазе [30]. Связь между джозефсоновской фазой и спиновой волной изучалась в серии работ [27, 31–36]. В джозефсоновском СФС-переходе нами обнаружены возникающие под действием циркулярно поляризованного магнитного поля специфические лестничные структуры [16]. В работе [17] мы показали, что ширина линии ферромагнитного резонанса и резонансная частота сильно зависят от соотношения джозефсоновской и магнитной энергий. Мы также показали, что для СФС-переходов на топологическом изоляторе происходит расщепление легкой оси ферромагнетика. Такое расщепление может привести к стабилизации нетрадиционного четырехкратно вырожденного ферромагнитного состояния [18].

Ряд интересных результатов был получен при исследовании проявлений свойств маятника Капицы в СФС-структурах. Как известно, пионерская работа Капицы [37] положила начало вибрационной механике, а его метод использовался для описания периодических процессов в различных физических областях, таких как атомная физика [38–41], физика плазмы, оптика [42], физика конденсированного состояния, биофизика [43] и кибернетическая физика (см. [44–49]). В нелинейной теории управления маятник Капицы используется как пример параметрического осциллятора, иллюстрирующий концепцию «динамической стабилизации». В нашей совместной работе мы показываем, что маятник Капицы является механическим аналогом СФС-перехода, если принять во внимание эффективное поле, обусловленное сверхтоком и током квазичастиц [19].

Кроме того, в работе [20] получены аналитические формулы, определяющие устойчивые положения магнитного момента как при внешнем периодическом возбуждении, так и без него, когда джозефсоновская частота больше частоты ферромагнитного резонанса. Более того, мы выявили влияние внешнего периодического возбуждения на напряжение полной переориентации и показали, что оно следует функции Бесселя. В то же время для джозефсоновской частоты вблизи ферромагнитного резонанса мы обнаружили переориентацию легкой оси ферромагнетика, связанную с изменением динамики намагниченности [21].

В недавней работе мы показали уникальные перспективы для контроля и управления магнитным моментом в гибридных сверхпроводниковых системах, а также возникновение синхронизированной ступеньки в намагниченности под действием внешнего электромагнитного поля. Это открывает возможность управления синхронизированными ступенями посредством сверхпроводящего тока [22].

Наше сотрудничество позволяет совместно решать актуальные задачи современной сверхпроводниковой электроники и спинтроники. Мы полагаем, что благодаря этому будет создана основа для их развития в обеих странах.

## **1. ФИЗИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ**

Внутренний эффект Джозефсона, заключающийся в туннелировании куперовских пар между смежными сверхпроводящими плоскостями  $\text{CuO}_2$  внутри сильноанизотропных слоистых высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), дает основания рассматривать ВТСП как систему связанных джозефсоновских переходов [50, 51]. Внутренний эффект Джозефсона является составной частью многих теорий ВТСП и имеет первостепенное значение для определения ВАХ туннельных структур на основе ВТСП и свойств вихревой решетки в данных материалах. В настоящее время внутреннее туннелирование не только явля-

ется интересным объектом, но и становится мощным инструментом для исследования природы ВТСП, транспорта вдоль стека сверхпроводящих слоев и физики вихрей, а также находит применение в сверхпроводниковой электронике. Широкие перспективы для различных применений представляет достаточно мощное когерентное излучение из стека внутренних джозефсоновских переходов (ВДП) [52]. Система связанных джозефсоновских переходов (СДП) является моделью для исследования физических явлений в ВДП ВТСП, нелинейных свойств и различных неравновесных эффектов. Системы джозефсоновских переходов демонстрируют многообразие резонансных свойств.

Благодаря открытию внутреннего эффекта Джозефсона создано новое направление исследований в области сверхпроводимости и физики твердого тела. Фазовая динамика ВДП в ВТСП вызывает большой интерес из-за многообразия физических явлений, реализуемых в данных системах. Различные связи между переходами, возникающие в джозефсоновских структурах, определяют многообразие ВАХ, наблюдаемых в ВТСП. Вопрос о связи между ВДП в ВТСП, ее характере и величине остается одним из принципиальных вопросов современных исследований. Величина параметра емкостной связи различна в разных ВТСП и органических сверхпроводниках, т. е. фактически является перестраиваемой в этих системах. Поэтому представляет большой интерес систематическое исследование динамики системы с акцентом на зависимость фазовой динамики от величины параметра связи (от слабой до сильной). Поскольку энергия, необходимая для возбуждения локализованной вращательной моды в системе СДП, возрастает с увеличением параметра связи, появляется возможность коллективного возбуждения нескольких вращательных мод. В результате при сильной связи между переходами нарушается эквидистантность ветвистой структуры. Детального сопоставления рассчитанных и экспериментальных значений ВАХ ВДП в ВТСП до настоящего времени не проводилось.

Когерентное электромагнитное излучение системы ВДП в терагерцевом диапазоне частот, значительно превосходящее предыдущие результаты по мощности, открывает широкие возможности для различных приложений. Основные направления исследований связаны с выяснением механизма этого излучения и поиском новых возможностей для дальнейшего увеличения его мощности, которая, по последним данным, составляет около 1 мВт на частоте 0,5 ТГц при использовании нескольких последовательно соединенных систем ВДП.

Электрические и магнитные свойства ВДП в ВТСП сильно нелинейны и определяются их фазовой динамикой. Фазовая динамика ВДП используется для объяснения механизма когерентного терагерцевого излучения [52–57]. Одним из наиболее ярких признаков эффекта Джозефсона в ВТСП является синхронизация джозефсоновских осцилляций каждого перехода к частоте внешнего электромагнитного излучения. Такая синхронизация приводит к возникновению на ВАХ ступенек при

квантованных значениях напряжения  $V_n = n\hbar\omega/2e$ , называемых ступеньками Шапиро ( $\omega$  — частота приложенного сигнала, а  $n$  является целым числом) [58, 59]. Отметим, что работа современных стандартов Вольта основана на использовании ступенек Шапиро.

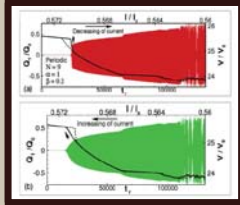
## 2. ПРОЯВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАНСА В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

Как известно, одномерные модели со связью между переходами фиксируют основные черты реальных ВДП, такие как гистерезис и ветвление ВАХ, и помогают понять их физику. Интересным и важным фактом является то, что одномерные модели также могут быть использованы для описания свойств системы параллельно соединенных джозефсоновских переходов, которая часто рассматривается как модель для длинных джозефсоновских переходов. В частности, экспериментальные данные свидетельствуют о ряде резонансов на ВАХ. Они были проанализированы с использованием дискретной модели синус-Гордона (известной также как модель Френкеля–Конторовой) и ее обобщения, которое включает емкостное взаимодействие между соседними джозефсоновскими переходами [60, 61]. Предсказанные на основе теоретического анализа дискретного уравнения синус-Гордона параметрические неустойчивости одномерной системы параллельно соединенных  $N$  идентичных джозефсоновских переходов наблюдались экспериментально и описаны в работе [62]. В частности, новые резонансные ступеньки, связанные с параметрической неустойчивостью, были обнаружены на ВАХ дискретного джозефсоновского кольца.

В совместной научной работе со стипендиатом Махмудом Гаафаром были получены результаты, свидетельствующие о реализации в системе СДП гистерезиса на ВАХ, обусловленного параметрическим резонансом [1]. Нами обнаружено, что в отличие от гистерезиса Маккамбера–Стюарта величина резонансного гистерезиса обратно пропорциональна параметру Маккамбера и зависит от величины параметра связи и граничных условий. Исследование временной зависимости электрического заряда на сверхпроводящих слоях показывает, что происхождение резонансного гистерезиса связано с различной фазовой динамикой в процессе уменьшения и увеличения базового тока в резонансной области. На рис. 4 представлена временная зависимость заряда вместе с ВАХ для стека с девятью джозефсоновскими переходами. Видна характерная тонкая структура с соответствующими особенностями на временной зависимости. Заряд на сверхпроводящем слое при увеличении тока исчезает при другом его значении в отличие от случая уменьшения тока.

Интересной особенностью ВДП является наличие продольной плазменной волны (ППВ), распространяющейся вдоль стека переходов [63, 64]. Возникновение ППВ основано на том, что толщина S-слоев сравнима с дебаевской длиной экранирования  $r_D$ , поэтому полного

## Calculation of the plasma frequency of a stack of coupled Josephson junctions irradiated with electromagnetic waves



A manifestation of a resonance-type hysteresis related to the parametric resonance in the system of coupled Josephson junctions is demonstrated. Investigation of the time dependence of the electric charge in superconducting layers allows us to explain the origin of this hysteresis by different charge dynamics for increasing and decreasing bias current processes. We find a strong effect of the dissipation in the system on the amplitude of the charge oscillations at the resonance.



*Shukrinov Yu. M., Gaafar M. A. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 094514.*

Рис. 4. Сообщение об открытии нового типа гистерезиса в системе связанных джозефсоновских переходов [1]

экранирования электрического заряда в отдельном S-слое не происходит. Частота джозефсоновских осцилляций  $\omega_J$  определяется напряжением на переходе, а при  $\omega_J = 2\omega_{LPW}$  ( $\omega_{LPW}$  — частота ППВ) реализуется параметрический резонанс: джозефсоновские осцилляции возбуждают ППВ своим периодическим воздействием на систему. Также показано, что ВАХ ВДП обладает ветвистой структурой, имеет точку излома и некоторую область в ее окрестности (BPR) на верхней ветви перед переходом на внутреннюю ветвь [1, 65–67].

Следующей работой со стипендиатом Махмудом Гаафаром было исследование фазовой динамики в ВТСП при наличии внешнего электромагнитного излучения [4]. Нами наблюдалось возникновение электрического заряда в сверхпроводящих слоях в интервале базового тока, соответствующего ступеньке Шапиро. Продемонстрирована возможность изменения длины ППВ под действием внешнего электромагнитного излучения в условиях параметрического резонанса. Показано, что двойной резонанс джозефсоновских осцилляций с внешним излучением и плазменными колебаниями приводит к дополнительному параметрическому резонансу и небесселевской зависимости ширины ступеньки Шапиро от частоты и амплитуды внешнего излучения.



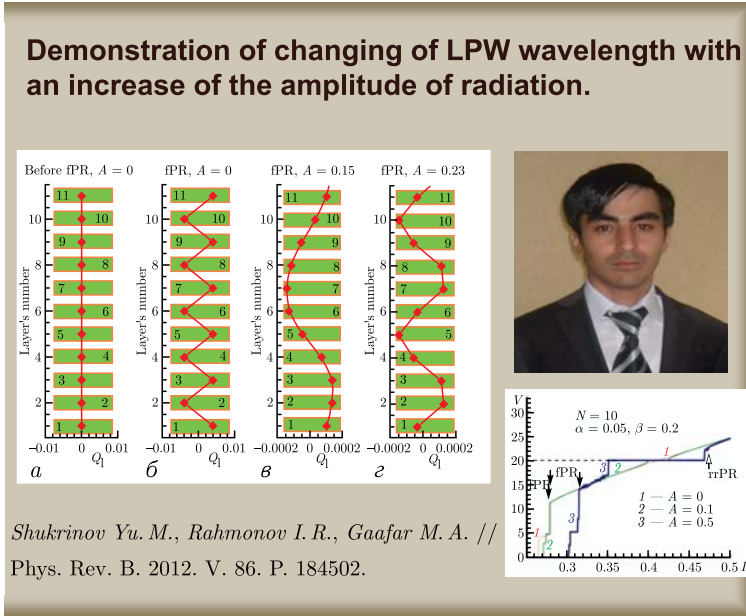


Рис. 5. Изменение длины ППВ внешним излучением [4]. Приведен пример такого изменения при увеличении амплитуды внешнего излучения, показаны ВАХ стека с 10 связанными ДП без излучения и с излучением разной амплитуды

На рис.5 показаны три ВАХ стека с 10 СДП: без излучения (кривая 1), при наличии внешнего излучения с частотой  $\omega = 2$  и амплитудой  $A = 0,1$  (кривая 2), с амплитудой  $A = 0,5$  (кривая 3). Параметрический резонанс в отсутствие внешнего излучения мы называем фундаментальным параметрическим резонансом (iPR). При выбранных нами значениях параметров этот резонанс реализуется для тока в точке излома  $I_{bp} \simeq 0,28$  и напряжения  $V_{bp} \simeq 11,51$ , соответствующего джозефсоновской частоте  $\omega_J \simeq 1,151$ . При увеличении амплитуды излучения область параметрического резонанса сдвигается вверх вдоль оси напряжения. В соответствии с частотой внешнего излучения  $\omega = 2$  первая ступенька Шapiro наблюдается при напряжении  $V = \omega_J N = 20$ . Пунктирной линией обозначен этот факт. Закрашенные стрелки указывают на положения iPR, полые стрелки — на область параметрического резонанса, обусловленного излучением (rrPR).

Нами обсуждалось влияние увеличения амплитуды внешнего излучения на длину ППВ в области iPR. Обнаружено, что при изменении амплитуды меняется длина ППВ, возникающей при параметрическом резонансе. Этот эффект при  $\omega = 2$  показан на рис.5, а-г. В отсутствие излучения в S-слоях до резонанса заряда нет (рис.5, а). При резонансе (рис.5, б) формируется ППВ с волновым числом  $k = \pi$  ( $\lambda = 2d$ ). При

$A = 0,14$  длина ППВ меняется. На рис. 5, *в* показано распределение заряда вдоль стопки, формирующей волну длиной  $\lambda = 10d$ . При  $A = 0,23$  длина ППВ становится равной  $\lambda = 5d$ , как показано на рис. 5, *г*.

Результаты детального исследования при  $\omega = 2$  в интервале амплитуд  $(0, 0,35)$  суммированы (рис. 6, *а*). Таким образом, в случае фундаментального параметрического резонанса нами зарегистрированы следующие изменения длины ППВ:  $\lambda = 2d \Rightarrow \lambda = 10d \Rightarrow \lambda = 5d \Rightarrow \lambda = 3d \Rightarrow \lambda = 2d$ . Увеличение  $A$  также меняет длину ППВ в области параметрического резонанса, обусловленного излучением:  $\lambda = 10d \Rightarrow \lambda = 5d \Rightarrow \lambda = 3d$  при увеличении  $A$  от 0 до 0,35. Как отмечалось выше, внешнее излучение также может приводить к появлению электрического заряда в сверхпроводящих слоях в интервале базового тока, соответствующего ступеньке Шапиро на ВАХ. В области двойного резонанса, когда частота джоузефсоновских осцилляций совпадает с частотами внешнего излучения и продольных плазменных осцилляций, в системе возникает дополнитель-

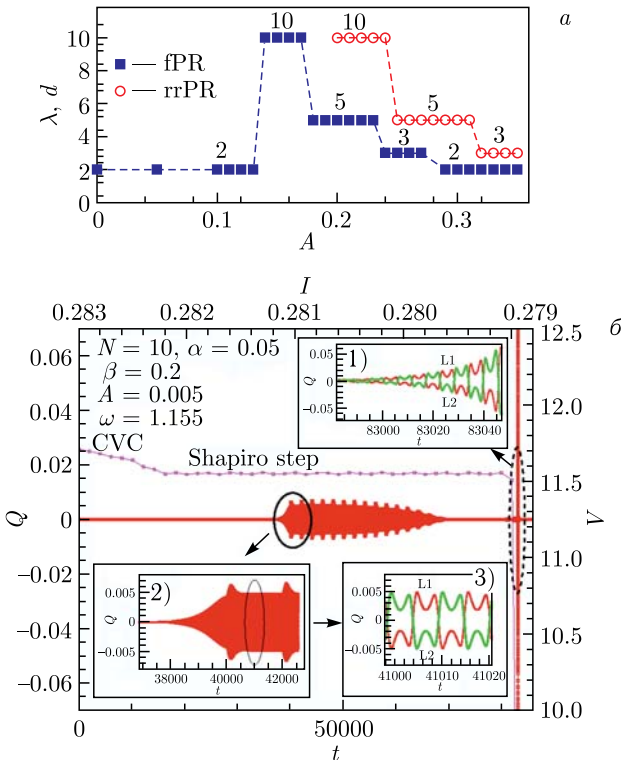


Рис. 6. Результаты изменения длины ППВ при параметрическом резонансе и демонстрация возникновения заряда в сверхпроводящем слое ВТСП

ный резонанс со специфической зависимостью ширины ступенек Шапиро от амплитуды внешнего излучения. В нашем случае это наблюдается при  $\omega \simeq 1,155$ , тогда как фундаментальный параметрический резонанс без излучения, как указывалось выше, реализуется при  $\omega_J = 1,151$ . Амплитуда осцилляций заряда и интервал базового тока увеличиваются при приближении к условию двойного резонанса. На рис. 6, б показано возникновение заряда на слое при  $\omega = 1,155$ . На вставке 3) видно, что осцилляции заряда соответствуют  $\pi$ -моду ППВ. Осцилляции заряда в области фундаментального параметрического резонанса также соответствуют  $\pi$ -моду. Однако, в принципе, нет ограничений на рождение ППВ с другим волновым числом при других параметрах системы [4].

### 3. ВОЛНЫ ЗАРЯДОВОЙ ПЛОТНОСТИ

Как упоминалось выше, одним из интересных объектов в джозефсоновских наноструктурах являются плазменные волны. В совместной работе с Хаземом Абдель Хафизом (рис. 7) показано возникновение волн зарядовой плотности вдоль стека СДП в слоистых сверхпровод-

## Charge density waves in the layered systems

**a** One JJ in oscillating state

$$Q_i = Q_0 \alpha (V_{i+1} - V_i)$$

$$Q_0 = \epsilon \epsilon_0 V_0 / r_D^2$$

We demonstrate the creation of a charge density wave (CDW) along a stack of coupled Josephson junctions (JJs) in layered superconductors. The transformation of a longitudinal plasma wave to CDW and transitions between different types of CDW's are shown.

**б** Two neighbor JJs in oscillating state

**в** Two separated JJs in oscillating state

*Shukrinov Yu. M., Abdelhafiz H. // JETP Lett. 2013. V. 98. P. 551–556.*

Рис. 7. Распределения заряда вдоль стека с вращающимися и осциллирующими джозефсоновскими переходами

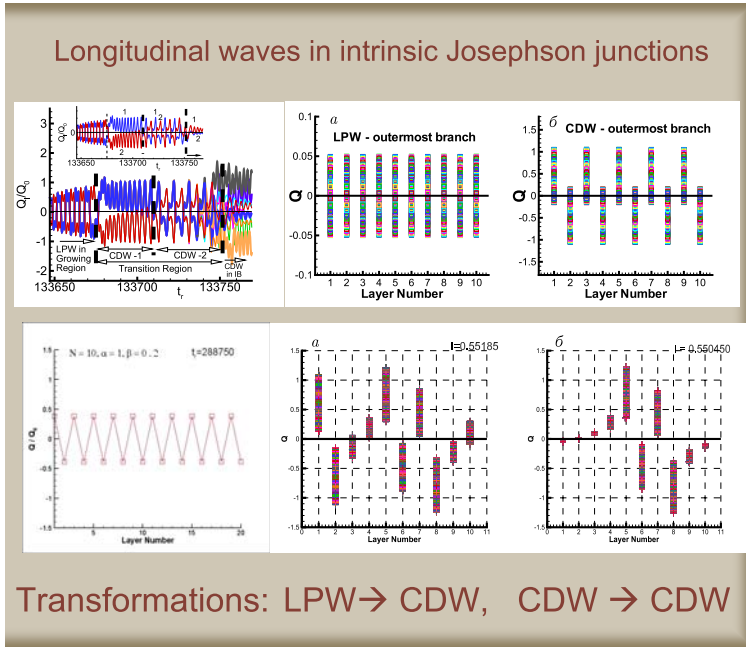


Рис. 8. Взаимная трансформация ППВ и ВЗП в стеке с 10 СДП [6]

никах [6]. Происходит трансформация ППВ в волну зарядовой плотности (ВЗП), а также переходы между ВЗП разных типов. Влияние внешнего электромагнитного излучения на состояния, соответствующие ВЗП, кардинально отличается от случая одиночного джозефсоновского перехода. Нами установлено, что значения напряжения ступенек Шапиро в джозефсоновском переходе вдоль стека не отражают непосредственно частоту внешнего излучения, а соответствуют распределению вращающихся и осциллирующих джозефсоновских переходов в системе. На рис. 8 представлено распределение заряда вдоль стека, демонстрирующее ППВ и ВЗП. Наши результаты показывают богатую физику ВЗП в ВДП. Переход с верхней ветви ВАХ (со всеми джозефсоновскими переходами во вращающемся состоянии) на внутреннюю ветвь обусловлен трансформацией ППВ в брыззерную ВЗП.

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ НЕРАВНОВЕСНЫХ ЯВЛЕНИЙ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

В последние годы интенсивно изучаются неравновесные эффекты в слоистых материалах, создаваемые инъекцией стационарного тока [68–73]. Слоистая система из  $N + 1$  сверхпроводящего слоя образует

стек джозефсоновских переходов. Поскольку 0-й и  $N$ -й слои соприкасаются с нормальным металлом, их толщины  $d_s^0$  и  $d_s^N$  отличаются от толщины остальных  $S$ -слоев  $d_s^l$  внутри стека из-за эффекта близости. Действительно, система ВДП в высокотемпературных сверхпроводниках не может находиться в равновесном состоянии ни при каком значении электрического тока [63, 74]. Изучение неравновесных явлений в системе СДП — один из наиболее сложных разделов теории высокотемпературной сверхпроводимости, окончательная форма которой еще не разработана. Влияние связи между переходами на джозефсоновские плазменные колебания отмечено в работах [63, 71–75]. В совместной работе со стипендиатом Маджедом Нашаатом мы исследовали эффекты стационарного и нестационарного зарядового разбаланса в стеке ВДП. Проведено исследование численными методами ВАХ джозефсоновских переходов с емкостной связью при внешнем облучении. Обнаружено влияние разбаланса заряда на ступеньку Шапиро, имеющую конечный наклон и отклонение от своего канонического значения. Значения сдви-

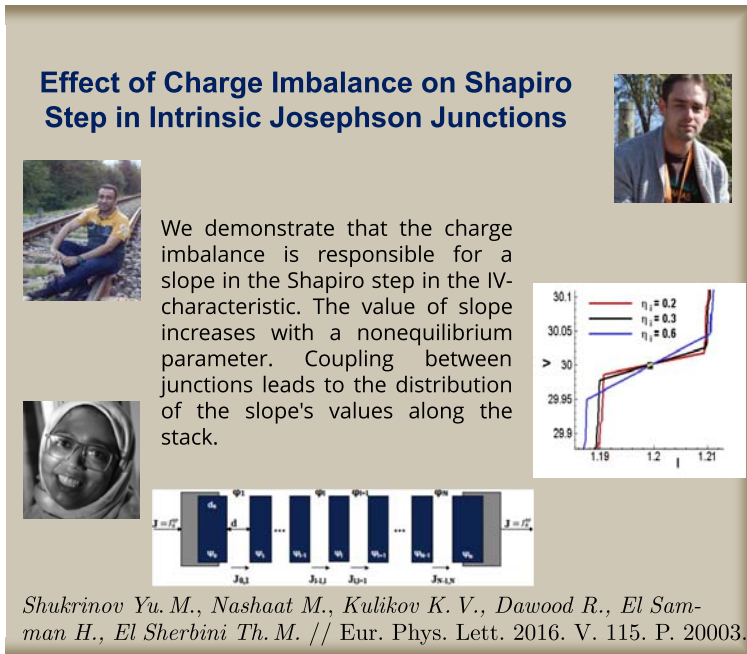


Рис. 9. Наклон ступеньки Шапиро при различных параметрах неравновесности, описанный в работе [11], для системы из пяти СДП при внешнем электромагнитном излучении с амплитудой  $A = 0,1$  и частотой  $\omega = 0,5$

га и наклона зависят от времени релаксации квазичастиц и толщины сверхпроводящего слоя. Мы показали, что по наклону ступеньки Шапиро можно найти время релаксации квазичастиц и что связь между переходами приводит к распределению величины наклона вдоль стека. Смещение ступеньки Шапиро от ее канонического положения определяется частотой внешнего излучения. Этот факт приводит к неоднозначной интерпретации П. Мюллера экспериментально обнаруженного смещения ступеньки Шапиро из-за эффекта разбаланса заряда [75].

Стационарный эффект зарядового разбаланса в системе СДП исследовался в работе [11] (см. рис. 9). Показано, что дисбаланс стационарного заряда в резистивном состоянии приводит к уменьшению джозефсоновской частоты в переходах стека. Образующаяся разность частот приводит к неравномерному переключению переходов вдоль стека на ступенчатый режим Шапиро при наличии внешнего электромагнитного излучения. В то же время такое неравномерное переключение приводит к появлению всплесков напряжения на ВАХ стека. Показано, что дисбаланс стационарного заряда является причиной наклона ступеньки Шапиро из-за разности неравновесных потенциалов на краях ступеньки.

## **5. ПРОЯВЛЕНИЯ МАЙОРАНОВСКИХ СОСТОЯНИЙ НА ВАХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ И ХАРАКТЕРИСТИКАХ СКВИД**

В совместной работе с Радвой Давуд обнаружены интересные свойства джозефсоновского перехода с  $2\pi$ - и  $4\pi$ -периодическими компонентами сверхпроводящего тока. В области малых значений напряжения такой переход имеет  $4\pi$ -периодичность разности фаз при амплитуде майорановского тока, намного меньшей джозефсоновского тока, что позволяет наблюдать джозефсоновские осцилляции тока с дробным периодом при малых диссипациях ( $\beta < 1$ ) в области гистерезиса. Влияние  $4\pi$ -периодической майорановской компоненты тока проявляется также в изменении последовательности ступеней лестничной структуры, возникающей на ВАХ перехода. Нами был определен интервал амплитуд внешнего электромагнитного излучения, в котором проявление дробного эффекта Джозефсона на ВАХ наиболее существенно.

На рис. 10 представлены различные лестничные структуры, появляющиеся на ВАХ. Лестничная структура для обычного джозефсоновского перехода с амплитудой  $A = 0,8$  и частотой  $\omega = 0,5$  показана на рис. 10, а. Порядок образования ступенек в такой структуре можно описать непрерывной дробью  $V = (N + 1/n)\omega$ , в то время как последовательность, возникающая в соединении, поддерживающем майорановские связанные состояния, описывается соотношением  $V = (N + 2/n)\omega$  (см. рис. 10, б). Как отмечено в работе [76], изменения, возникающие в лестничных структурах, можно трактовать как проявление майорановских состояний в стеке. Из рис. 10, в видно, что переход с двумя сверхпроводя-

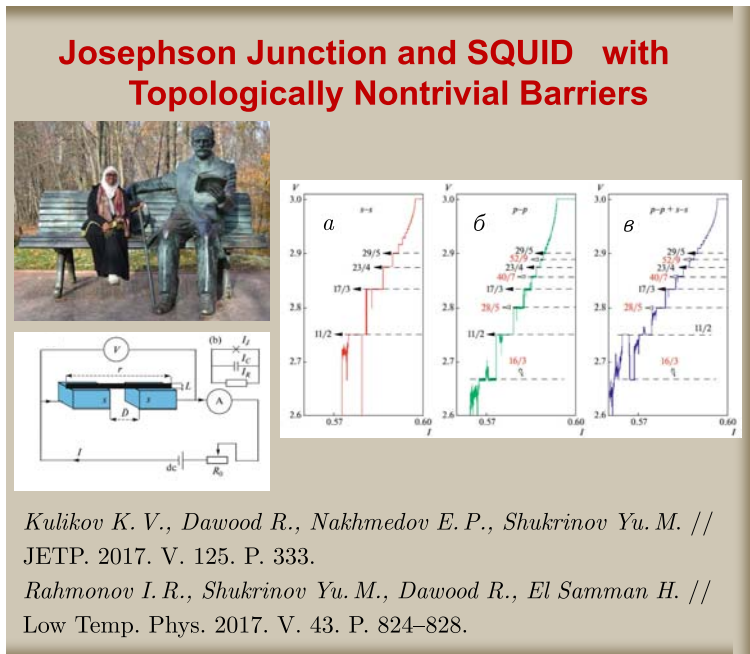


Рис. 10. Лестничные структуры на ВАХ джозефсоновского перехода с полупроводниковым проводом при внешнем излучении с частотой  $\omega = 0,5$ , полученные в работе [14]

щими компонентами тока демонстрирует последовательность ступенек, которая описывается непрерывной дробью  $V = (N + 2/n)\omega$ . Следовательно, несмотря на малое значение амплитуды майорановской компоненты  $\gamma = 0,316$ , лестничная структура такого перехода отражает  $4\pi$ -периодичность. Таким образом, последовательность шагов на кривой ВАХ является универсальным методом обнаружения майорановских фермионов в емкостно-шунтированном джозефсоновском переходе.

В случае СКВИД с нетривиальными барьерами соответствующая резонансная ветвь имеет сдвиг напряжения, который также можно использовать для обнаружения майорановских фермионов. Проведены расчеты численными методами фазовой динамики СКВИД постоянного тока с топологически тривиальными и нетривиальными барьерами. В наших расчетах мы учитывали две составляющие сверхпроводящего тока, токи куперовских пар ( $2\pi$ -периодические) и майорановские фермионы ( $4\pi$ -периодические). Была найдена зависимость обратного тока от магнитного поля. Установлено, что в случае двухкомпонентного сверхпроводящего тока наблюдается периодичность зависимости обратного тока от

магнитного поля, смещенного куперовскими парами, и майорановского фермионного отношения по магнитному полю. Этот эффект позволяет экспериментально определить соотношение токов куперовских пар и майорановских фермионов.

## 6. РЕЗОНАНСНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ШУНТИРОВАННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ СТРУКТУРАХ

Шунтирование джозефсоновских структур приводит к возникновению дополнительных резонансов и открывает новые возможности в управлении их свойствами. В совместной работе с доктором Али Абухасва [12] исследованы ВАХ и фазовая динамика ВДП, шунтированных индуктивными и емкостными элементами. Продемонстрированы двойной и тройной резонансы, исследовано их влияние на возникновение электрического заряда на сверхпроводящих слоях. Мы показали, что для большего числа переходов шунтирование вызывает возникновение заряда в состояниях, соответствующих верхней и резонансной ветвям ВАХ. В системе наблюдается преобразование бегущей волны в стоячую ППВ.



Рис. 11. Электрический заряд в сверхпроводящих слоях в LC-шунтированном стеке СДП



## 7. ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУР СВЕРХПРОВОДНИК–ФЕРРОМАГНЕТИК–СВЕРХПРОВОДНИК

Джозефсоновский переход с ферромагнетиком в качестве барьера является объектом, где пересекаются сверхпроводимость и магнетизм [77]. В этих переходах сверхток индуцирует динамику намагниченности за счет связи между джозефсоновской и магнитной подсистемами. Возможность управления магнитными свойствами с помощью сверхпроводящего тока и, в свою очередь, управления сверхпроводящим током посредством магнитной системы привлекает большое внимание [23, 77–83]. Соотношение ток–фаза в переходах сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник чувствительно к ориентации намагниченности в F-слое [84, 85].

В совместной работе со стипендиатом Маджедом Нашаатом мы исследовали спинтронные эффекты в джозефсоновских структурах с ферромагнетиком. Изучено проявление разных типов связи между намагниченностью и джозефсоновской фазой при возникновении субгармонических ступеней, образующих лестничную структуру [86–89] на ВАХ джозефсоновского перехода с большой диссипацией. Возникновение лестничных структур — универсальное явление, которое обнаруживается в самых разных системах, включая спиновые цепочки с дальнедействующими взаимодействиями [90], фрустрированные квазидвумерные спин-димерные системы в магнитных полях [91], а также при дробном квантовом эффекте Холла [92].

Нами исследовано влияние связи между сверхпроводящим током и намагниченностью в джозефсоновском переходе сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник в циркулярно поляризованном магнитном поле. Показана возможность проявления ферромагнитного резонанса на частотной зависимости амплитуды намагниченности и средней критической плотности тока. На ВАХ обнаружены субгармонические лестничные структуры, обусловленные влиянием динамики намагниченности на разность фаз в джозефсоновском переходе, которые следуют алгоритму непрерывной дроби. Динамика системы описывается обобщенной моделью RCSJ, связанной с уравнением Ландау–Лифшица–Гильберта. Приведено аналитическое обоснование возникновения дробных ступенек на ВАХ джозефсоновского перехода сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник. Было высказано предположение, что субгармонические лестничные структуры могут быть использованы для регистрации майорановских состояний в джозефсоновских наноструктурах. В работе [93] сообщалось об экспериментальном наблюдении полуцелых ступеней Шапиро в ферромагнитном джозефсоновском переходе (Nb–NiFe–Nb) посредством исследования соотношения ток–фаза при радиочастотном микроволновом возбуждении.

Мы рассмотрели два сверхпроводника, разделенных ферромагнитным слоем толщиной  $d$  и площадью перехода  $L_y L_z$ , током смещения в направлении оси  $x$ , как показано на рис. 12. Одноосное постоянное

## Devil's Staircase and Ferromagnetic resonance in SFS Junctions

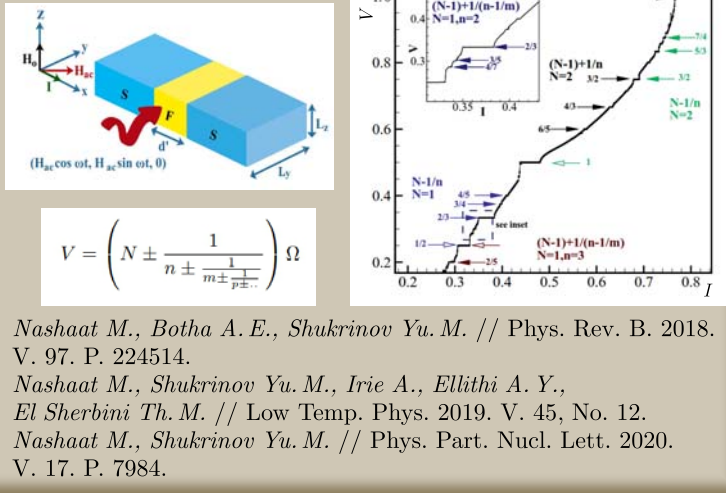


Рис. 12. Геометрия джозефсоновского СФС-перехода в однородном магнитном поле  $H_0$  и циркулярно поляризованном магнитном поле  $H_{ac}$ , рассмотренная в работе [16]. ВАХ демонстрирует лестничную структуру, следующую формуле цепной дроби

магнитное поле  $H_0$  приложено в направлении  $z$ , а магнитное поле круговой поляризации  $\mathbf{H}_{ac} = (H_{ac} \cos \omega t, H_{ac} \sin \omega t, 0)$  с амплитудой  $H_{ac}$  и частотой  $\omega$  приложено в плоскости  $xy$ . Связь между джозефсоновской фазой и намагнитченностью в переходах сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник (S–F–S) играет важную роль в динамике этой системы. Показано проявление ферромагнитного резонанса в динамике намагнитченности и критического тока как в нелинейной, так и в линейной схеме. На ширину линии ферромагнитного резонанса и положение резонансной частоты сильно влияет соотношение джозефсоновской и магнитной энергий.

На ВАХ (рис. 13, а) показаны ступеньки тока при  $V = m\Omega_0$  с целым значением  $m$ , а также некоторые дробные ступеньки. В случае обычных джозефсоновских переходов ширина первой ступеньки Шапиро больше второй. В нашем же случае мы видим, что ширина первой ступеньки значительно меньше ширины второй. Таким образом, ширина гармоник различна для четных и нечетных  $m$ : большие ступеньки — при четных  $m$ , меньшие — при нечетных  $m$ . В нашем случае с учетом джозефсоновской

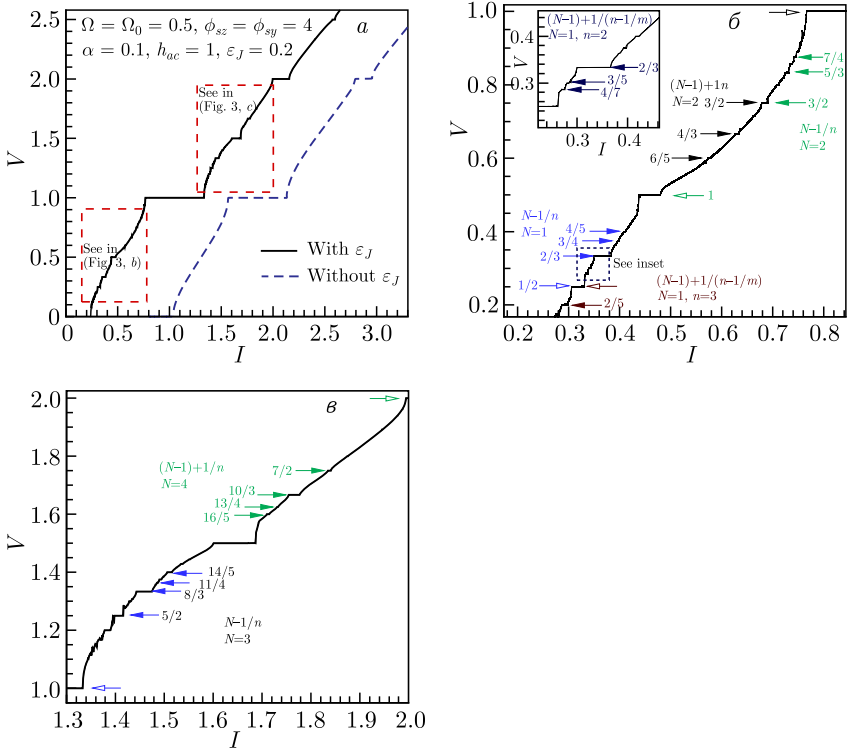


Рис. 13. Лестничные субгармонические структуры на различных участках ВАХ СФС-перехода при ферромагнитном резонансе

энергии в эффективном поле мы получили дополнительные ступеньки Шапиро с нечетными и дробными значениями  $m$ , как это видно на рис. 13, а. Структуру этих дробных ступенек можно прояснить путем анализа их положения на шкале напряжения с использованием алгоритма, основанного на обобщенной формуле цепной дроби [87–89]:

$$V = \left( N \pm \frac{1}{n \pm \frac{1}{m \pm \frac{1}{p \pm \dots}}} \right) \Omega, \quad (1)$$

где  $N$ ,  $n$ ,  $m$ ,  $p...$  — натуральные числа. Синхронизация джозефсоновских осцилляций и магнитной прецессии происходит за счет вклада дополнительных членов ( $\Gamma_{yz}\varepsilon_J \cos \theta, \Gamma_{zy}\varepsilon_J \cos \theta$ ) в эффективное по-

ле. На рис.13,б и в видны увеличенные части ВАХ, приведенные на рис.13,а. Между  $V = 0$  и  $0,5$  существуют дробные ступеньки Шапиро, которые можно описать непрерывными дробями второго уровня [87]:  $(N - 1) + 1/n$  и  $N - 1/n$  с  $N = 1$  в обоих случаях (см. рис.13,б). Кроме того, проявляются две цепные дроби третьего уровня:  $(N - 1) + 1/(n - 1/m)$  с  $N = 1$ ,  $n = 2$  (показаны на вставке) и  $n = 3$ . Ступеньки между  $V = 0,5$  и  $1$  следуют цепным дробям второго уровня  $(N - 1) + 1/n$  и  $N - 1/n$  с  $N = 2$  в обоих случаях. На рис.13,в ясно видно проявление непрерывной дроби второго уровня  $N - 1/n$ ,  $N = 3$  и  $(N - 1) + 1/n$ ,  $N = 4$  между  $V = 1$  и  $2$ .

Сильная зависимость джозефсоновской энергии от ориентации намагниченности в джозефсоновских переходах с ферромагнитными слоями и спин-орбитальной связью открывает возможность управления намагниченностью джозефсоновским током или джозефсоновской фазой. Нами изучены перспективы управления намагниченностью в джозефсоновских переходах S-F-S на поверхности трехмерного топологического изолятора, содержащего дираковские квазичастицы (рис.14). Из-за

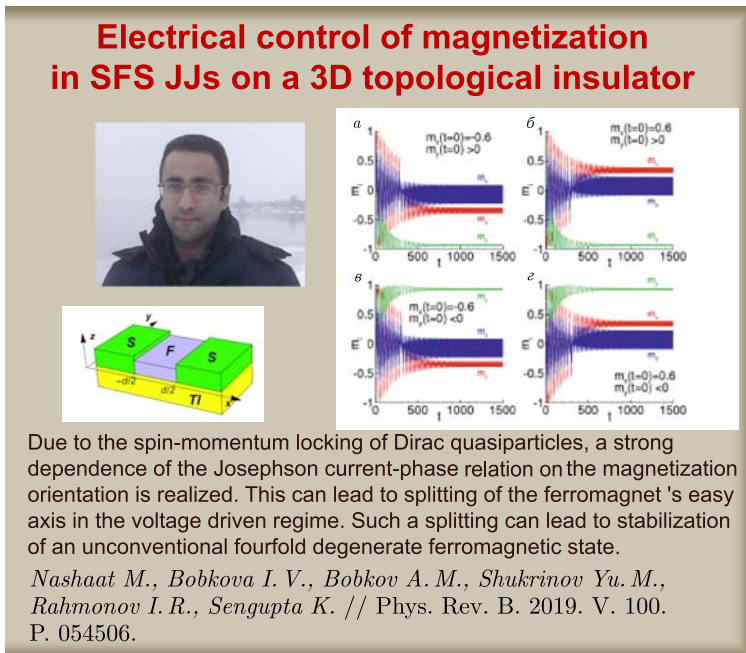


Рис. 14. Эскиз системы, рассмотренной в работе [18]. Поверх топологического изолятора нанесены сверхпроводящие выводы и ферромагнитная прослойка. Показана временная эволюция намагниченности, начиная с различных начальных условий, соответствующих четырем возможным стабильным состояниям

синхронизации спин-импульса этих дираковских квазичастиц соотношение ток – фаза Джозефсона сильно зависит от ориентации намагниченности. Это приводит к расщеплению легкой оси ферромагнетика при приложении напряжения. Такое расщепление может привести к стабилизации нетрадиционного четырехкратно вырожденного ферромагнитного состояния.

## **8. ИССЛЕДОВАНИЯ СИСТЕМ ДЖОЗЕФСОНОВСКИЙ ПЕРЕХОД – НАНОМАГНИТ**

Другой подход к исследованию взаимодействия между магнитной и сверхпроводящей системами представлен в работах [94, 95], в которых рассматривалась электромагнитная связь наномагнита с джозефсоновским переходом. Изучен переворот однодоменной магнитной частицы переменным полем. Сверхпроводящий ток джозефсоновского перехода, связанного с наномагнитом, приводимым в действие зависящим от времени магнитным полем, подробно исследован в работе [96]. Продемонстрировано возникновение шапироподобных ступенек на ВАХ джозефсоновского перехода.

Как указывалось выше, П. Л. Капица показал возможность изменения состояния равновесия механического маятника за счет быстрых колебаний его точки подвеса. В работе [97] авторы экспериментально реализовали маятник Капицы в микрометровом масштабе, используя коллоидную частицу, взвешенную в воде и захваченную оптическим пинцетом. Кроме того, аналитически и экспериментально было показано, что при изменении направления колебаний точки подвеса маятника во времени может происходить изменение точки равновесия маятника и активного управления демпфированием. Квантовый маятник Капицы можно стабилизировать в виде квантовых состояний вблизи локального минимума эффективной потенциальной энергии [98].

Мы показали проявление свойств маятника Капицы в системе джозефсоновский переход – наномагнит, в которой под действием осциллирующего сверхпроводящего тока меняется направление легкой оси наномагнита [19]. Хотя магнитное поле, индуцированное сверхпроводящим током в джозефсоновском переходе, очень слабое, приложенное напряжение может генерировать нелинейную динамику наномагнита, что приводит к ряду интересных явлений. Установлено, что легкая ось наномагнита переориентируется при увеличении отношения джозефсоновской энергии к магнитной, а также параметра связи джозефсоновского тока с магнитным моментом и частоты джозефсоновских осцилляций.

В рамках нашего сотрудничества с Маджедом Нашаатом проводилось моделирование магнитной прецессии наномагнита в структуре джозефсоновский переход – наномагнит, возникающей за счет взаимодействия со сверхпроводящим током. Рассматривался наномагнит с магнитным

моментом  $\mathbf{M} = (M_x, M_y, M_z)$ , находящийся на расстоянии  $\mathbf{r}_M = ae_x$  от центра короткого джозефсоновского перехода длиной  $l$ , как показано на рис. 15, *a*. Взаимодействие между двумя системами, сверхпроводниковой и магнитной, считается чисто электромагнитным. Магнитное поле наномagnита меняет джозефсоновский ток, протекающий через переход, в то время как магнитный поток, создаваемый джозефсоновским переходом, воздействует на магнитный момент наномagnита [94]. На рис. 15 показана рассчитанная максимальная амплитуда намагниченности в зависимости от напряжения  $V$  джозефсоновского перехода при  $\Omega_F = 0,5$  и двух значениях параметра затухания Гильберта ( $\alpha = 0,001$  и  $0,3$ ). В выбранной нормировке  $V = \Omega_J$  пик ферромагнитного резонанса наблюдается при напряжении, соответствующем джозефсоновской частоте  $\Omega_J = 0,5$ . Увеличение затухания Гильберта в системе приводит к уширению резонанса и его смещению в область более низких частот, что видно на рис. 15 при  $\alpha = 0,3$ . Положения пиков при слабом затухании хорошо согласуются с частотами, вытекающими из аналитических формул, полученных с помощью линеаризации уравнений Ландау–Лифшица–Гильберта.

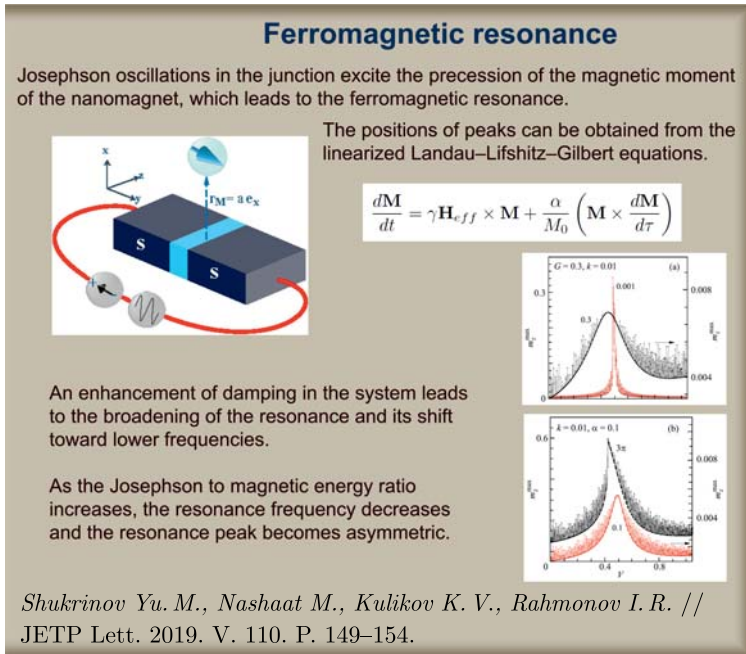


Рис. 15. Ферромагнитный резонанс на зависимости  $m_z^{\max}(V)$  при разных значениях гильбертова затухания ( $\alpha = 0,001$  и  $0,3$ ) и двух разных значениях отношения джозефсоновской энергии к энергии наномagnита ( $G = 0,1$  и  $3\pi$ )

Приложенное к джозефсоновскому переходу напряжение генерирует высокочастотное магнитное поле, которое переориентирует магнитный момент наномagnита. На рис. 16 показана переориентация магнитного момента в зависимости от постоянного напряжения смещения, т. е. проявление свойств маятника Капицы в системе джозефсоновский переход – наномagnит. Стабилизация динамики компонент магнитного момента происходит при  $M = (0, 0, 1)$ , когда  $V$  превышает некоторое значение  $V_r$ , т. е. возникает полная переориентация магнитного момента.

Важные результаты получены при аналитическом исследовании системы ДП–наномagnит в сотрудничестве с Мохамедом Самехом. Выведены простые аналитические формулы, определяющие устойчивое положение наномagnита как при внешнем периодическом воздействии, так и без него (рис. 17). Также показано влияние внешнего периодического воздействия на напряжение полной переориентации магнитного момента

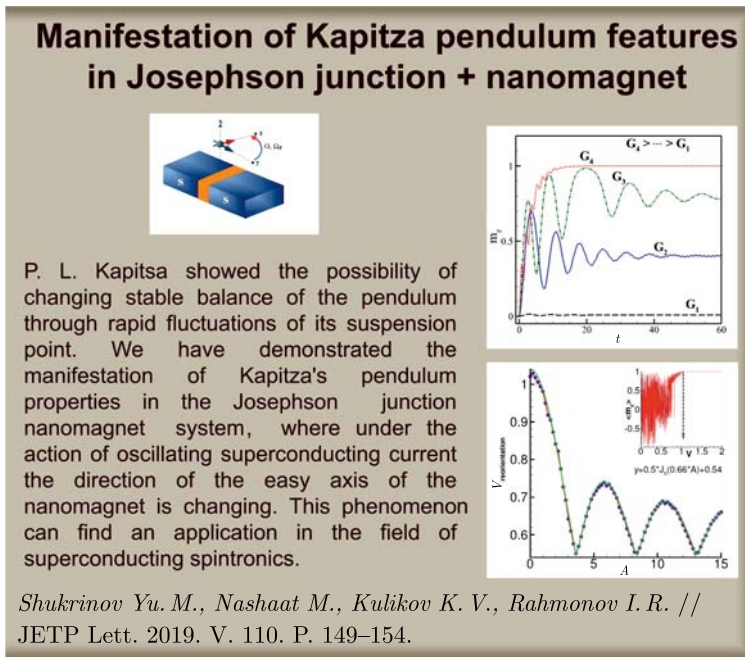


Рис. 16. Переориентация магнитного момента в зависимости от отношения  $G$  джозефсоновской энергии к магнитной. На нижней вставке показано напряжение переориентации в зависимости от амплитуды  $A$  внешнего переменного сигнала. Приведена усредненная компонента намагниченности  $m_z$  наномagnита в зависимости от постоянного напряжения

## Kapitza Pendulum in SFS junction

LLG equations in spherical form are given by:

$$\dot{\theta} = -\frac{\Omega_F}{(1 + \alpha^2)} \frac{\sin \theta}{(1 + \frac{\Omega_F m_0^2 \sin^2 \theta}{V})} [\alpha \dot{\phi} - \sin \theta (\cos \phi + \alpha \cos \theta \sin \phi)]$$

$$\dot{\phi} = \frac{\Omega_F}{\alpha^2 + 1} \frac{1}{\cos \theta} \left[ \dot{\phi}_0 - \left( -\sin^2 \theta \cos \alpha \Omega_F + \sin \theta \cos \theta - \alpha \cos \theta \right) \sin(\phi) \right]$$

Here we separate  $\theta$  and  $\phi$  into fast and slow variables by introducing the notations

$$\theta \equiv \Theta + \xi \quad \text{and} \quad \phi \equiv \Phi + \zeta$$

Here,  $\Theta$  and  $\Phi$  describe the "slower" motion, relevant on longer time scales, whereas the variables  $\xi$  and  $\zeta$  describe the "fast" oscillations of the system.

Stability position in the case without periodic drive (when  $A = 0$ ) are given by:


$\Phi = \pi/2 \quad \text{or} \quad \Phi = 3\pi/2$

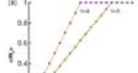
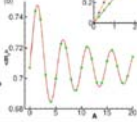
$$\langle m_x \rangle = \cos \Theta = \epsilon \delta V + \frac{\alpha \epsilon^2 k \sin^4 \Theta \Omega_F}{2V(1 + \alpha^2 + \delta \alpha \epsilon k \sin^2 \Theta \Omega_F)}$$

Stability under external drive and the zeroth order resonances (when  $V + m_0 \Omega \neq 0$ )

$\cos \Theta = \epsilon \delta V - \text{rsign}^{\text{min}}(m_0) J_{m_0} \left( \frac{A}{\Omega} \right) \sin(k \cos \Theta)$

© K. V. Kulikov, D. V. Anghel, A. T. Preda, M. Nashaat, M. Sameh, Yu. M. Shukrinov, arXiv:2107.01882



*Kulikov K. V., Anghel D. V., Preda A. T., Nashaat M., Sameh M., Shukrinov Yu. M. // Phys. Rev. B. 2022. V. 105. P. 094421.*

Рис. 17. Аналитическое описание проявления свойств маятника Капицы в джозефсоновском СФС-переходе [20]

наномангнита. Другим важным результатом стала демонстрация перемангничивания наномангнита импульсом тока [19], что открывает новые перспективы для применения этой системы в сверхпроводниковой спинтронике. Исследования хаотические свойства, полученные результаты направлены в журнал «Chaos».

## 9. СИНХРОНИЗАЦИЯ НАМАГНИЧЕННОСТИ И ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ПРИ ФЕРРОМАГНИТНОМ РЕЗОНАНСЕ В $\varphi_0$ -ПЕРЕХОДЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В последнее время наше сотрудничество было сосредоточено на феномене синхронизации в  $\varphi_0$ -переходе. Совместно с Сарой Абдельмоной мы получили интересные результаты по синхронизации магнитной динамики в джозефсоновском переходе  $\varphi_0$  под действием внешнего электромагнитного излучения (рис. 18). Мы показали синхронизацию намагниченности и джозефсоновских осцилляций при ферромагнитном резонансе и обнаружили, что синхронизация магнитной прецессии происходит через



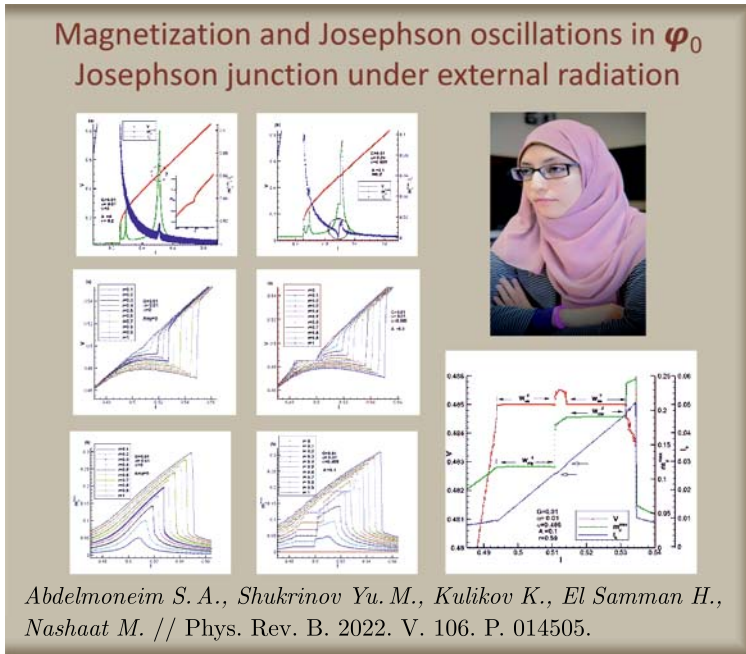


Рис. 18. Синхронизация магнитной прецессии через синхронизацию джозефсоновских осцилляций в области ферромагнитного резонанса

синхронизацию джозефсоновских осцилляций. Это приводит к ступеньке на зависимости намагниченности от тока смещения. Положение ступеньки определяется частотой излучения и формой резонансной кривой. В переходах с сильной спин-орбитальной связью на ВАХ появляются состояния с отрицательным дифференциальным сопротивлением, что приводит к дополнительным ступенькам на ВАХ. Мы показали, что соответствующие осцилляции имеют ту же частоту, что и осцилляции на первой ступеньке, но другую амплитуду и другую зависимость от частоты излучения. Получены важные результаты, демонстрирующие возможность управления не только частотой, но и амплитудой магнитной прецессии в области синхронизации. Это открывает уникальные перспективы для контроля и управления магнитным моментом в гибридных сверхпроводящих системах. Важным моментом является возможность управления ступеньками синхронизации посредством сверхпроводящего тока. Мы полагаем, что это явление найдет широкое применение в будущем. Соответствующая статья опубликована в журнале «Physical Review B» [22].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нами создана база для проведения совместных исследований по моделированию сверхпроводниковых наноструктур различного типа, в частности систем связанных джозефсоновских переходов с различного типа шунтированием, что позволяет проводить моделирование фазовой динамики и ВАХ и различных резонансных явлений. Получены интересные и важные результаты при исследовании сверхпроводниковых структур с ферромагнитными материалами, позволяющие управлять магнитными свойствами сверхпроводящим током. Важное место занимают совместные исследования топологических и хаотических явлений в джозефсоновских структурах. Основные участники сотрудничества ОИЯИ–Египет в области сверхпроводниковой электроники и спинтроники представлены на приведенных ниже фотографиях (рис. 19).

2021 г. знаменателен тем, что Египет стал полноправным членом ОИЯИ (рис. 20). Мы полагаем, что это событие выведет сотрудничество ОИЯИ с научными учреждениями Египта в области теоретических исследований сверхпроводниковых джозефсоновских наноструктур на но-



Рис. 19. Участники сотрудничества ОИЯИ–Египет в области сверхпроводниковой электроники и спинтроники



Рис. 20. Знаменательное событие 2021 г.: Египет стал полноправным членом ОИЯИ

вый уровень, что создаст основу для развития прикладных исследований и различных приложений сверхпроводниковой электроники и спинтроники в обеих странах.

**Благодарности.** Мы благодарим руководителя департамента международного сотрудничества ОИЯИ Дмитрия Владимировича Каманина, президента Академии научных исследований и технологий в Египте (ASRT) Махмуда Сакра, директора УНЦ ОИЯИ Станислава Здиславовича Пакуляка, полномочного представителя Правительства Египта в ОИЯИ Ваэля Бадави за организацию и поддержку нашего сотрудничества, а также Анатолия Васильева, Юлию Полякову, Елену Карпову, Юлию Рыбачук и Элизабет Паска за организацию мероприятий и экскурсий.

Мы выражаем благодарность директору ЛТФ ОИЯИ Дмитрию Игоревичу Казакову, начальнику научного отдела теории конденсированных сред ЛТФ Владимиру Андреевичу Осипову, а также египетским профессорам Тареку Хуссейну, Халеду Хигабу, Эль Саманну, Валаа Сейфу, Тарвату Эль-Шербини и Али Элити за поддержку совместных проектов.

Также благодарим административный персонал ОИЯИ и ASRT за подготовку необходимых документов для реализации нашего сотрудничества.

## ПУБЛИКАЦИИ КОНФЕРЕНЦИЙ

- *Nashaat M., Sameh M., Botha A.E., Kulikov K.V., Shukrinov Yu.M.* Bifurcations in Josephson Junction Coupled to the Nanomagnet // XXVI Symp. "Nanophysics and Nanoelectronics", March 14–17, 2022.

- *Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Botha A.E., Nashaat M., Abdel Moneim S.A., El Samman H.* Peculiarities of Anomalous Josephson Effect in Superconducting Nanostructures // 14th Workshop on Low Temperature Electronics. 2021.
- *Kulikov K. V., Nashaat M., Sameh M., Sengupta K., Shukrinov Yu.M.* // Intern. Symp. "Nanophysics and Nanoelectronics". 2020.
- *Nahsaat M., Shukrinov Yu.M., Botha A.E., Plecenik A., Rahmonov I.R., Kulikov K.* Numerical Simulations for Spintronic Effects in Josephson Junctions Coupled to Ferromagnet // Intern. Conf. "Mathematical Modeling and Computational Physics". Slovakia, 2019.
- *Kulikov K. V., Medvedeva S. Yu., Dawood R., Shukrinov Yu.M.* P–P Josephson Junction in the Presence of Localized Majorana Bound States // Proc. of the XX Intern. Symp. "Nanophysics and Nanoelectronics". 2016. V. 1. P. 71.
- *Rahmonov I.R., Shukrinov Yu.M., Dawood R., Nashaat M.* Phase Dynamics of Superconducting Quantum Devices with Topologically Nontrivial Barriers // Ibid. P. 103.
- *Benecha E. M., Dawood R., Rahmonov I.R., Shukrinov Yu. M., Botha A.E.* Simulations of DC-SQUIDS with Topologically Trivial and Nontrivial Barriers // Proc. of JINR Symp. "Few to Many Body Systems: Models and Methods and Applications". 2016. P. 155.
- *Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Kulikov K. V., Botha A., Gaafar M., El Samman H., Dawood R., Nashaat M., El Sherbini Th.* Intrinsic Josephson Junctions for Superconducting Electronics and Quantum Computation // Proc. of the 15th Intern. Superconductive Electronics Conf. (ISEC 2015), Nagoya, Japan, July 6–9, 2015. DP-P02.
- *Rahmonov I., Shukrinov Yu., Dawood R.* Peculiarities of Phase Dynamics of DC-SQUID with Nontrivial Barriers // Abstr. Book of the 10th Intern. Symp. on Intrinsic Josephson Effects and Plasma Oscillations in High- $T_c$  Superconductors (Plasma-2016). P. 119.
- *Rahmonov I.R., Dawood R., Shukrinov Yu.M.* Ratio of Majorana Fermions and Cooper Pairs in DC-SQUID with Nontrivial Barriers // Intern. Conf. "Superconducting Hybrid Nanostructures: Physics and Application". 2016.
- *Rahmonov I., Shukrinov Yu., Dawood R.* DC-SQUIDS with Topologically Trivial and Nontrivial Barriers: A Comparative Analysis // The 5th Intern. Workshop on Numerical Modelling of High Temperature Superconductors. 2016.
- *Rahmonov I., Shukrinov Yu.M., Dawood R.* Majorana Fermions Detectors Based on DC-SQUID // Superconductors-Based Sensors and Quantum Technologies Workshop. 2016.
- *Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Kulikov K. V., Nashaat M.* Modelling of Intrinsic Josephson Junctions in HTSC // Abstr. for the Brazil–JINR Forum "Frontiers in Elementary Particle, Nuclear and Condensed Matter Physics", Dubna, June 15–19, 2015. P. 50.
- *Rahmonov I.R., Shukrinov Yu.M., Sengupta K., Dawood R.* Peculiarities of DC-SQUIDS with Topologically Nontrivial Barrier // Abstr. for the Intern. Conf. "Interaction of Superconductivity and Magnetism in Nanosystems", Moscow, Sept. 2–4, 2015. P. 44–45.

- *Shukrinov Yu., Nashaat M., Kulikov K., Dawood R., El Samman H., El Sherbini Th.M.* Charge Imbalance in a Stack of Intrinsic Josephson Junctions under External Radiation // *Ibid.* P. 42.
- *Benecha E., Rahmonov I.R., Shukrinov Yu.M., Dawood R.* Simulation of Topologically Nontrivial DC-SQUID // Abstr. for 4th South Africa–JINR Symp. “Few to Many Body Systems: Models and Methods and Applications”, Dubna, Sept. 21–25, 2015. P. 50–51.
- *Shukrinov Yu.M., Nashaat M., Kulikov K., Dawood R., El Samman H., El Sherbini Th.M.* Shapiro Step at Nonequilibrium Condition // Abstr. for III National Conf. of Applied Superconductivity, Moscow, Nov. 25–26, 2015. P. 30.
- *Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Kulikov K., Gaafar M., Dawood R., Nashaat M., El Sherbini Th.M., El Samman H.* Physical Phenomena in a System of Coupled Josephson Junctions and Their Application in Superconducting Electronics and Quantum Computers // *Ibid.* P. 28.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Shukrinov Yu.M., Gaafar M.A.* Charging of Superconducting Layers and Resonance-Related Hysteresis in the Current-Voltage Characteristics of Coupled Josephson Junctions // *Phys. Rev. B.* 2011. V. 84. P. 094514.
2. *Gaafar M.A., Shukrinov Yu.M., Foda A.* Shapiro and Parametric Resonances in Coupled Josephson Junctions // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. V. 393. P. 012021.
3. *Gaafar M., Shukrinov Yu.M., El Samman H., Maize S.* Simulation of Shapiro Steps in Current-Voltage Characteristics of Intrinsic Josephson Junctions in High Temperature Superconductors // *Lect. Notes Comput. Sci.* 2012. V. 7125. P. 221–226.
4. *Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Gaafar M.A.* Calculation of the Plasma Frequency of a Stack of Coupled Josephson Junctions Irradiated with Electromagnetic Waves // *Phys. Rev. B.* 2012. V. 86. P. 184502.
5. *Gaafar M.A., Shukrinov Yu.M.* Effect of Microwave Irradiation on Parametric Resonance in Intrinsic Josephson Junctions // *Physica C.* 2013. V. 491. P. 56–58.
6. *Shukrinov Yu.M., Abdelhafiz H.* Breathing Charge Density Waves in Intrinsic Josephson Junctions // *JETP Lett.* 2013. V. 98. P. 551–556.
7. *Shukrinov Yu.M., Rahmonov I.R., Nashaat M.* Staircase Structure of Shapiro Steps // *JETP Lett.* 2015. V. 102. P. 803–806.
8. *Nashaat M., Shukrinov Yu.M., Kulikov K.V., Dawood R., El Samman H., El Sherbini Th.M.* Charge Imbalance in a Layered Structure of High Temperature Superconductors // *Egypt. J. Phys.* 2016. V. 44. P. 75–84.
9. *Shukrinov Yu.M., Nashaat M., Kulikov K.V., Dawood R., El Samman H., El Sherbini Th.M.* Shapiro Step at Nonequilibrium Conditions // *Eur. Phys. Lett.* 2016. V. 115. P. 20003.
10. *Kulikov K.V., Shukrinov Yu.M., Nashaat M., Irie A.* Shift of Shapiro Step in High Critical Temperature Superconductors // *Eur. Phys. J. Web Conf.* 2018. V. 173. P. 03015.
11. *Kulikov K.V., Nashaat M., Shukrinov Yu.M.* Stationary Charge Imbalance Effect in a System of Coupled Josephson Junctions // *Eur. Phys. Lett.* 2019. V. 127. P. 67004.

12. *Shukrinov Yu. M., Botha A. E., Abouhaswa A. S.* Double, Triple Resonance Behavior in Large Systems of LC-Shunted Intrinsic Josephson Junctions // *Phys. Lett. A.* 2021. V. 387. P. 127025.
13. *Rahmonov I. R., Shukrinov Yu. M., Dawood R.* Dynamics of SQUIDS with Topologically Nontrivial Barriers // *JETP Lett.* 2016. V. 103. P. 444.
14. *Kulikov K. V., Dawood R., Nakhmedov E. P., Shukrinov Yu. M.* Josephson Junction with Two Superconducting Current Components // *JETP.* 2017. V. 125. P. 333.
15. *Rahmonov I. R., Shukrinov Yu. M., Dawood R., Samman H. E.* Determination of Cooper Pairs and Majorana Fermions Currents Ratio in DC-SQUID with Topologically Nontrivial Barriers // *Low Temp. Phys.* 2017. V. 43. P. 824–828.
16. *Nashaat M., Botha A. E., Shukrinov Yu. M.* Devil's Staircases in the IV Characteristics of Superconductor/Ferromagnet/Superconductor Josephson Junctions // *Phys. Rev. B.* 2018. V. 97. P. 224514.
17. *Nashaat M., Shukrinov Yu. M.* Ferromagnetic Resonance and Effect of Supercurrent on the Magnetization Dynamics in S/F/S Junctions under Circularly Polarized Magnetic Field // *Phys. Part. Nucl.* 2020. V. 17. P. 7984.
18. *Nashaat M., Bobkova I. V., Bobkov A. M., Shukrinov Yu. M., Rahmonov I. R., Sengupta K.* Electrical Control of Magnetization in Superconductor/Ferromagnet/Superconductor Junctions on a Three-Dimensional Topological Insulator // *Phys. Rev. B.* 2019. V. 100. P. 054506.
19. *Shukrinov Yu. M., Nashaat M., Kulikov K. V., Rahmonov I. R.* Ferromagnetic Resonance and the Dynamics of the Magnetic Moment in a “Josephson Junction–Nanomagnet” System // *JETP Lett.* 2019. V. 110. P. 149–154.
20. *Kulikov K. V., Anghel D. V., Preda A. T., Nashaat M., Sameh M., Shukrinov Yu. M.* Kapitza Pendulum Effects in a Josephson Junction Coupled to a Nanomagnet under External Periodic Drive // *Phys. Rev. B.* 2022. V. 105. P. 094421.
21. *Nashaat M., Sameh M., Botha A. E., Kulikov K. V., Shukrinov Yu. M.* Bifurcation Structure and Chaos in Nanomagnet Coupled to Josephson Junction. arXiv:2111.12659. 2022.
22. *Abdelmoneim S. A., Shukrinov Yu. M., Kulikov K., El Samman H., Nashaat M.* Locking of Magnetization and Josephson Oscillations at Ferromagnetic Resonance in  $\varphi_0$  Junction under External Radiation // *Phys. Rev. B.* 2022. V. 106. P. 014505.
23. *Shukrinov Yu. M.* Anomalous Josephson Effect // *Phys. Usp.* 2022. V. 65, No. 4. P. 317–354.
24. *Žutić I., Fabian J., Das S. S.* Spintronics: Fundamentals and Applications // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 76, No. 2. P. 323.
25. *Linder J., Robinson J. W. A.* Superconducting Spintronics // *Nature Phys.* 2015. V. 11. P. 307–315.
26. *Golubov A. A., Kupriyanov M. Yu., Il'ichev E.* The Current-Phase Relation in Josephson Junctions // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 76. P. 411.
27. *Mai S., Kandelaki E., Volkov A. F., Efetov K. B.* Interaction of Josephson and Magnetic Oscillations in Josephson Tunnel Junctions with a Ferromagnetic Layer // *Phys. Rev. B.* 2011. V. 84. P. 144519.

28. *Buzdin A.* Direct Coupling between Magnetism and Superconducting Current in the Josephson  $\varphi_0$  Junction // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. P. 107005.
29. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I. R., Sengupta K., Buzdin A.* Magnetization Reversal by Superconducting Current in  $\varphi_0$  Josephson Junctions // *Appl. Phys. Lett.* 2017. V. 110. P. 182407.
30. *Lifshitz E. M., Pitaevskii L. P.* Course of Theoretical Physics, Theory of the Condensed State. V.9. Oxford: Butterworth Heinemann, 1991; Spin Dynamics of Confined Magnetic Structures. II / Eds.: B. Hillebrands, K. Ounadjela. Berlin: Springer-Verlag, 2003. P. 1–26.
31. *Weides M., Kemmler M., Kohlstedt H., Waser R., Koelle D., Kleiner R., Goldobin E.*  $0-\pi$  Josephson Tunnel Junctions with Ferromagnetic Barrier // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97. P. 247001.
32. *Pfeiffer J., Kemmler M., Koelle D., Kleiner R., Goldobin E., Weides M., Feofanov A. K., Lisenfeld J., Ustinov A. V.* Static and Dynamic Properties of  $0$ ,  $\pi$ , and  $0-\pi$  Ferromagnetic Josephson Tunnel Junctions // *Phys. Rev. B.* 2008. V. 77. P. 214506.
33. *Hikino S., Mori M., Takahashi S., Maekawa S.* Microwave-Induced Supercurrent in a Ferromagnetic Josephson Junction // *Supercond. Sci. Technol.* 2011. V. 24. P. 024008.
34. *Wild G., Probst C., Marx A., Gross R.* Josephson Coupling and Fiske Dynamics in Ferromagnetic Tunnel Junctions // *Eur. Phys. J. B.* 2010. V. 78. P. 509–523.
35. *Kemmler M., Weides M., Weiler M., Opel M., Goennenwein S. T. B., Vasenko A. S., Golubov A. A., Kohlstedt H., Koelle D., Kleiner R., Goldobin E.* Magnetic Interference Patterns in  $0-\pi$  Superconductor/Insulator/Ferromagnet/Superconductor Josephson Junctions: Effects of Asymmetry between  $0$  and  $\pi$  Regions // *Phys. Rev. B.* 2010. V. 81. P. 054522.
36. *Volkov A. F., Efetov K. B.* Hybridization of Spin and Plasma Waves in Josephson Tunnel Junctions Containing a Ferromagnetic Layer // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103. P. 037003.
37. *Kapitza P. L.* Thermal Conductance and Diffusion in Liquid Medium in the Case of Periodic Flow. I. Determination of Coefficient of Wave Transfer in a Pipe, Slit, and Channel // *Sov. Phys. JETP.* 1951. V. 21. P. 588.
38. *Bukov M., D'Alessio L., Polkovnikov A.* Universal High-Frequency Behavior of Periodically Driven Systems: From Dynamical Stabilization to Floquet Engineering // *Adv. Phys.* 2015. V. 64. P. 139.
39. *Borromeo M., Marchesoni F.* Artificial Sieves for Quasimassless Particles // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 99. P. 150605.
40. *Aidelsburger M., Lohse M., Schweizer C., Atala M., Barreiro J. T., Nascimbène S., Cooper N. R., Bloch I., Goldman N.* Measuring the Chern Number of Hofstadter Bands with Ultracold Bosonic Atoms // *Nat. Phys.* 2015. V. 11. P. 162.
41. *Wickenbrock A., Holz P. C., Abdul Wahab N. A., Phoonthong P., Cubero D., Renzoni F.* Vibrational Mechanics in an Optical Lattice: Controlling Transport via Potential Renormalization // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 108. P. 020603.
42. *Chizhevsky V. N.* Experimental Evidence of Vibrational Resonance in a Multistable System // *Phys. Rev. E.* 2014. V. 89. P. 062914.

43. *Uzuntarla M., Yilmaz E., Wagemakers A., Ozer M.* Vibrational Resonance in a Heterogeneous Scale Free Network of Neurons // *Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul.* 2015. V. 22. P. 367.
44. *Boukobza E., Moore M. G., Cohen D., Vardi A.* Nonlinear Phase Dynamics in a Driven Bosonic Josephson Junction // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 104. P. 240402.
45. *Citro R., Dalla Torre E. G., D'Alessio L., Polkovnikov A., Babadi M., Oka T., Demler E.* Dynamical Stability of a Many-Body Kapitza Pendulum // *Ann. Phys.* 2015. V. 360. P. 694.
46. *Fialko O., Opanchuk B., Sidorov A. I., Drummond P. D., Brand J.* Fate of the False Vacuum: Towards Realization with Ultra-Cold Atoms // *Eur. Phys. Lett.* 2015. V. 110. P. 56001.
47. *Longhi S.* Rapidly Oscillating Scatteringless Non-Hermitian Potentials and the Absence of Kapitza Stabilization // *Eur. Phys. Lett.* 2017. V. 118. P. 20004.
48. *Shayak B.* A Mechanism for Electromagnetic Trapping of Extended Objects // *Eur. Phys. Lett.* 2017. V. 118. P. 45002.
49. *Martin J., Georgeot B., Guéry-Odelin D., Shepelyansky D. L.* Kapitza Stabilization of a Repulsive Bose-Einstein Condensate in an Oscillating Optical Lattice // *Phys. Rev. A.* 2018. V. 97. P. 023607.
50. *Yurgens A. A.* Intrinsic Josephson Junctions: Recent Developments // *Supercond. Sci. Technol.* 2000. V. 13. P. R85.
51. *Kleiner R., Steinmeyer F., Kunkel G., Muller P.* Intrinsic Josephson Effects in  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$  Single Crystals // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68. P. 2394.
52. *Tsujimoto M., Yamamoto T., Delfanazari K., Nakayama R., Kitamura T., Sawamura M., Kashiwagi T., Minami H., Tachiki M., Kadowaki K., Klemm R. A.* Broadly Tunable Subterahertz Emission from Internal Branches of the Current-Voltage Characteristics of Superconducting  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  Single Crystal // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 108. P. 107006.
53. *Benseman T. M., Koshelev A. E., Gray K. E., Kwok W.-K., Welp U., Kadowaki K., Tachiki M., Yamamoto T.* Tunable Terahertz Emission from  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$  Mesa Devices // *Phys. Rev. B.* 2011. V. 84. P. 064523.
54. *Krasnov V. M.* Terahertz Electromagnetic Radiation from Intrinsic Josephson Junctions at Zero Magnetic Field via Breather-Type Self-Oscillations // *Ibid.* V. 83. P. 174517.
55. *Wang H. B., Guènon S., Gross B., Yuan J., Jiang Z. G., Zhong Y. Y., Grünzweig M., Iishi A., Wu P. H., Hatano T., Koelle D., Kleiner R.* Coherent Terahertz Emission of Intrinsic Josephson Junction Stacks in the Hot Spot Regime // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 105. P. 057002.
56. *Tachiki M., Fukuya S., Koyama T.* Mechanism of Terahertz Electromagnetic Wave Emission from Intrinsic Josephson Junctions // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. P. 127002.
57. *Ozyuzer L., Koshelev A. E., Kurter C., Gopalsami N., Li Q., Tachiki M., Kadowaki K., Yamamoto T., Minami H., Yamaguchi H., Tachiki T., Gray K. E., Kwok W.-K., Welp U.* Emission of Coherent THz Radiation from Superconductors // *Science.* 2007. V. 318. P. 1291.
58. *Shapiro S.* Josephson Currents in Superconducting Tunneling: The Effect of Microwaves and Other Observations // *Phys. Rev. Lett.* 1963. V. 11. P. 80.



59. *Tinkham M.* Introduction to Superconductivity. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1996.
60. *Pfeiffer J., Schuster M., Abdumalikov A. A., Jr., Ustinov A. V.* Observation of Soliton Fusion in a Josephson Array // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96. P. 034103.
61. *Pfeiffer J., Abdumalikov A. A., Jr., Schuster M., Ustinov A. V.* Resonances between Fluxons and Plasma Waves in Underdamped Josephson Transmission Lines of Stripline Geometry // *Phys. Rev. B.* 2008. V. 77. P. 024511.
62. *Watanabe S., Strogatz S. H., van der Zant H. S., Orlando T. P.* Whirling Modes and Parametric Instabilities in the Discrete Sine-Gordon Equation: Experimental Tests in Josephson Rings // *Phys. Rev. Lett.* 1995. V. 74. P. 379.
63. *Koyama T., Tachiki M.* I-V Characteristics of Josephson-Coupled Layered Superconductors with Longitudinal Plasma Excitations // *Phys. Rev. B.* 1996. V. 54. P. 16183.
64. *Kleiner R., Gaber T., Hechtfisher G.* Stacked Long Josephson Junctions in Zero Magnetic Field: A Numerical Study of Coupled One-Dimensional Sine-Gordon Equations // *Phys. Rev. B.* 2000. V. 62. P. 4086.
65. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F.* Branching in Current-Voltage Characteristics of Intrinsic Josephson Junctions // *Supercond. Sci. Technol.* 2007. V. 19. P. S38-S42.
66. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F.* Influence of Coupling between Junctions on Breakpoint Current in Intrinsic Josephson Junctions // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. P. 157001.
67. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F., Pedersen N.* Investigation of the Breakpoint Region in Stacks with a Finite Number of Intrinsic Josephson Junctions // *Phys. Rev. B.* 2007. V. 75. P. 104508.
68. *Artemenko S., Kobelkov A.* Intrinsic Josephson Effect and Violation of the Josephson Relation in Layered Superconductors // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 78. P. 3551.
69. *Preis C., Helm C., Keller J., Sergeev A., Kleiner R.* Coupling of Intrinsic Josephson Oscillations in Layered Superconductors by Charge Fluctuations // *Superconducting Superlattices II: Native and Artificial.* 1998. V. 3480. P. 236.
70. *Shafranjuk S. E., Tachiki M.* Emission of Plasmons Caused by Quasiparticle Injection to a High- $T_c$  Superconductor // *Phys. Rev. B.* 1999. V. 59. P. 14087.
71. *Helm C., Preis C., Walter C., Keller J.* Theory for the Coupling between Longitudinal Phonons and Intrinsic Josephson Oscillations in Layered Superconductors // *Phys. Rev. B.* 2000. V. 62. P. 6002.
72. *Helm C., Keller J., Preis C., Sergeev A.* Static Charge Coupling of Intrinsic Josephson Junctions // *Physica C.* 2001. V. 362. P. 43.
73. *Helm C., Bulaevskii L. N., Chudnovsky E. M., Maley M. P.* Reflectivity and Microwave Absorption in Crystals with Alternating Intrinsic Josephson Junctions // *Phys. Rev. Lett.* 2002. V. 89. P. 057003.
74. *Keller J., Ryndyk D. A.* Static Charge-Imbalance Effects in Intrinsic Josephson Systems // *Phys. Rev. B.* 2005. V. 71. P. 054507.
75. *Rother S., Koval Y., Müller P., Kleiner R., Ryndyk D. A., Keller J., Helm C.* Charge-Imbalance Effects in Intrinsic Josephson Systems // *Phys. Rev. B.* 2003. V. 67. P. 024510.

76. *Maiti M., Kulikov K. V., Sengupta K., Shukrinov Yu. M.* Josephson Junction Detectors for Majorana Modes and Dirac Fermions // *Phys. Rev. B.* 2015. V. 92. P. 224501.
77. *Linder J., Halterman K.* Superconducting Spintronics with Magnetic Domain Walls // *Phys. Rev. B.* 2014. V. 90. P. 104502.
78. *Shukrinov Yu. M., Mazanik A., Rahmonov I., Botha A., Buzdin A.* Reorientation of the Easy Axis in  $\varphi_0$ -Junction // *Eur. Phys. Lett.* 2018. V. 122. P. 37001.
79. *Shukrinov Yu. M., Rahmonov I., Sengupta K., Buzdin A.* Magnetization Reversal by Superconducting Current in  $\varphi_0$ -Josephson Junctions // *Appl. Phys. Lett.* 2017. V. 110. P. 182407.
80. *Buzdin A.* Direct Coupling between Magnetism and Superconducting Current in the Josephson  $\varphi_0$  Junction // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. P. 107005.
81. *Buzdin A. I.* Proximity Effects in Superconductor–Ferromagnet Heterostructures // *Rev. Mod. Phys.* 2005. V. 77. P. 935.
82. *Bergeret F., Volkov A. F., Efetov K. B.* Odd Triplet Superconductivity and Related Phenomena in Superconductor–Ferromagnet Structures // *Ibid.* P. 1321.
83. *Golubov A. A., Kupriyanov M. Yu., Il'ichev E.* The Current-Phase Relation in Josephson Junctions // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 76. P. 411.
84. *Silaev M. A., Tokatly I. V., Bergeret F. S.* Anomalous Current in Diffusive Ferromagnetic Josephson Junctions // *Phys. Rev. B.* 2017. V. 95. P. 184508.
85. *Bobkova I., Bobkov A., Silaev M.* Gauge Theory of the Long-Range Proximity Effect and Spontaneous Currents in Superconducting Heterostructures with Strong Ferromagnets // *Ibid.* V. 96. P. 094506.
86. *Ben-Jacob E., Braiman Y., Shainsky R., Imry Y.* Microwave Induced “Devil’s Staircase” Structure and “Chaotic” Behavior in Current Fed Josephson Junctions // *Appl. Phys. Lett.* 1981. V. 38. P. 822.
87. *Shukrinov Yu. M., Medvedeva S. Yu., Botha A. E., Kolahchi M. R., Irie A.* Devil’s Staircases and Continued Fractions in Josephson Junctions // *Phys. Rev. B.* 2013. V. 88. P. 214515.
88. *Shukrinov Yu. M., Botha A. E., Medvedeva S. Yu., Kolahchi M. R., Irie A.* Structured Chaos in a Devil’s Staircase of the Josephson Junction // *Chaos.* 2014. V. 24. P. 033115.
89. *Sokolović I., Mali P., Odavić J., Radošević S., Medvedeva S. Yu., Botha A. E., Shukrinov Yu. M., Tekić J.* Devil’s Staircase and the Absence of Chaos in the dc- and ac-Driven Overdamped Frenkel–Kontorova Model // *Phys. Rev. E.* 2017. V. 96. P. 022210.
90. *Nebendahl V., Dür W.* Improved Numerical Methods for Infinite Spin Chains with Long-Range Interactions // *Phys. Rev. B.* 2013. V. 87. P. 075413.
91. *Takigawa M., Horvatić M., Waki T., Krämer S., Berthier C., Lévy-Bertrand F., Sheikin I., Kageyama H., Ueda Y., Mila F.* Incomplete Devil’s Staircase in the Magnetization Curve of  $\text{SrCu}_2(\text{BO}_3)_2$  // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 110. P. 067210.
92. *Hriscu A. M., Nazarov Yu. V.* Quantum Synchronization of Conjugated Variables in a Superconducting Device Leads to the Fundamental Resistance Quantization // *Ibid.* P. 097002.

93. Yao Y., Cai R., Yang S.-H., Xing W., Ma Y., Mori M., Ji Y., Maekawa S., Xie X.-C., Han W. Half-Integer Shapiro Steps in Strong Ferromagnetic Josephson Junctions // *Phys. Rev. B*. 2021. V. 104. P. 104414.
94. Cai L., Chudnovsky E.M. Interaction of a Nanomagnet with a Weak Superconducting Link // *Phys. Rev. B*. 2010. V. 82. P. 104429.
95. Cai L., Garanin D. A., Chudnovsky E. M. Reversal of Magnetization of a Single-Domain Magnetic Particle by the ac Field of Time-Dependent Frequency // *Phys. Rev. B*. 2013. V. 87. P. 024418.
96. Ghosh R., Maiti M., Shukrinov Yu. M., Sengupta K. Magnetization-Induced Dynamics of a Josephson Junction Coupled to a Nanomagnet // *Phys. Rev. B*. 2017. V. 96. P. 174517.
97. Richards C.J., Smart T.J., Jones P.H., Cubero D. A Microscopic Kapitza Pendulum // *Sci. Rep*. 2018. V. 8. P. 13107.
98. Golovinski P. A., Dubinkin V. A. Quantum States of the Kapitza Pendulum. arXiv:2102.12711. 2021.