Письма в ЭЧАЯ. 2025. Т. 22, № 6(263). С. 1134–1140

ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА. ТЕОРИЯ

# КОУМНОЖЕНИЯ НА АФФИННОМ СУПЕРЯНГИАНЕ И ГРУППОИД ВЕЙЛЯ

*В. Д. Волков* [а, б, 1], *В. А. Стукопин* [а, б, 2]

[а] Центр фундаментальной математики Московского физико-технического института (национального исследовательского университета), Долгопрудный, Россия

[б] Южный математический институт, Владикавказский научный центр РАН, Владикавказ, Россия

Мы определяем коумножение и рассматриваем действие группоида Вейля на аффинных суперянгианах $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi))$ специальной линейной супералгебры Каца–Муди $\hat{sl}(m|n,\Pi)$, зависящей от произвольной системы простых корней $\Pi$. Аффинные суперянгианы такого вида образуют категорию. Морфизмы в этой категории задаются действием элементов группоида Вейля. Все суперянгианы из этой категории изоморфны как ассоциативные супералгебры, но морфизмы, определяемые действием элементов группоида Вейля, переводят одну структуру коумножения в другую, вообще говоря, отличную от исходной. Мы описываем действие янгианного группоида Вейля и копроизведения на суперянгианах.

We define coproduct and consider an action of the Weyl groupoid on the affine super Yangians $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi))$ of a special linear Kac–Moody superalgebra $\hat{sl}(m|n,\Pi)$ depending on an arbitrary system of simple roots $\Pi$. Affine super Yangians of this kind form a category. Morphisms in this category are given by the action of elements of the Weyl groupoid. All super Yangians from this category are isomorphic as associative superalgebras, but morphisms defined by the action of elements of the Weyl groupoid take one comultiplication structure to another, generally speaking, different from the original one. We describe the action of the Yangian Weyl groupoid and the coproduct on super Yangians.

PACS: 44.25.+f; 44.90.+c

## ВВЕДЕНИЕ

В данной работе рассматриваем янгиан $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi))$ аффинной специальной линейной супералгебры Каца–Муди $\hat{sl}(m|n,\Pi)$, заданный произвольной системой простых корней $\Pi$, и действие группоида Вейля на суперянгианах такого вида. Мы определяем коумножение на аффинном суперянгиане и исследуем действие группоида Вейля на суперянгианах как супералгебрах Хопфа. Известно, что действия элементов группоида Вейля являются изоморфизмами ассоциативных супералгебр, но, вообще говоря, могут менять коумножение (см. [8]). Мы показываем, что действие элементов группоида Вейля жестко определяется заданием коумножений, в свою очередь,

[1] E-mail: volkov.vd@phystech.edu

[2] E-mail: stukopin@mail.ru

определяемых выбором одной из несопряженных борелевских подалгебр. В работе мы используем два эквивалентных задания аффинного суперянгиана, одно в терминах новой системы образующих Дринфельда [1–3, 6], а второе в терминах минималистской системы образующих [3, 4, 6, 8]. Рассматриваем действие группоида Вейля [8, 9, 13] на суперянгианах в минималистской реализации. Таким образом, мы рассматриваем действие группоида Вейля изоморфизмами в категории суперянгианов $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi))$ (со структурой ассоциативной супералгебры) аффинных специальных линейных супералгебр Каца–Муди $\hat{sl}(m|n,\Pi)$, определяемых системами простых корней $\Pi$. Наша цель — исследовать связь этого действия со структурами супералгебр Хопфа. Отметим, что определение структуры хопфовой алгебры на аффинном янгиане является сложной задачей, но эта задача относительно недавно была решена в работе Н. Гуэя, Х. Накаджимы и К. Вендландта (см. [3]).

Недавно начали изучать янгианы аффинных супералгебр Каца–Муди, или аффинные суперянгианы. Так, относительно недавно М. Уэда рассмотрел аффинный суперянгиан $Y(\hat{sl}(m|n))$ для выделенной системы простых корней (содержащей минимально возможное число нечетных корней) [15]. Следует сказать о том, что базисная супералгебра Ли, в отличие от простой алгебры Ли, может быть задана разными диаграммами Дынкина или разными системами простых корней, поскольку может иметь несопряженные борелевские подалгебры. В данной работе мы рассматриваем аффинный суперянгиан $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi))$ для произвольной системы простых корней $\Pi$, а также рассматриваем категорию таких суперянгианов (см. также [8]).

В основе нашего исследования, как отмечено выше, лежит построение действия группоида Вейля на суперянгианах (см. также [8, 13]), порожденного суперотражениями весовой решетки относительно простых корней. Суперотражения и индуцируют упомянутые выше изоморфизмы. Мы рассматриваем два представления аффинного суперянгиана, а именно так называемое минималистское представление (в случае янгиана такое представление было введено С. Левендорским [4], в суперслучае рассмотрено в [6]) и новую реализацию Дринфельда [1, 2, 5], которая для суперянгианов рассмотрена в работе [6] (см. также [10–13]). В данной работе мы рассматриваем конструкцию коумножения в суперянгиане в случае произвольной системы простых корней аффинной супералгебры Ли типа $A^{(1)}(m-1,n-1)=\hat{sl}(m|n)$. Следует отметить, что действие группоида Вейля на аффинном суперянгиане мы здесь вводим как продолжение его действия на аффинной супералгебре Ли, которая вложена в суперянгиан. Поскольку действие нечетных отражений группоида Вейля меняет борелевские подалгебры, его продолжение на суперянгиан должно менять коумножение. Используя этот факт, мы и задаем нечетные отражения так, чтобы они переводили исходное коумножение, определяемое на образующих первого порядка исходного янгиана, в коумножение, задаваемое на образующих суперянгиана получающейся борелевской подалгеброй в результате нечетного отражения относительно заданного нечетного корня. Таким образом мы определяем коумножение на образующих первого порядка. Это позволяет однозначно задать действие элементов группоида Вейля на суперянгиане в минималистской реализации. Используя явный вид изоморфизма между суперянгианом Дринфельда и его минималистской реализацией, мы получаем определение действия группоида Вейля на янгиане Дринфельда. Используя нечетные отображения, можно по ним построить изоморфизмы ассоциативных супералгебр.

Мы будем использовать следующие обозначения. Пусть $\mathbb{C}$ — поле комплексных чисел, $\mathbb{N}$ — множество натуральных чисел, $\mathbb{Z}$ — кольцо целых чисел, $\mathbb{Z}_+$ — множество неотрицательных чисел, $\hbar$ будет всегда обозначать параметр деформации.

## 1. АФФИННЫЙ СУПЕРЯНГИАН

Напомним определение аффинного суперянгиана (см. [8, 9]). Пусть $\Pi = \Pi_e \bigcup \Pi_{\mathrm{odd}}$ — система простых корней аффинной супералгебры Ли типа $A^{(1)}(m|n) = \hat{sl}(m+1|n+1,\Pi)$. Здесь $\Pi_e$ ($\Pi_{\mathrm{odd}}$) обозначает множество четных (нечетных) простых корней, $\Delta = \Delta_+ \cup \Delta_-$ — множество всех корней.

Пусть $S_n$ — симметрическая группа и $\hat{sl}(m|n,\Pi)$ — супералгебра Ли, определяемая неразложимой матрицей Картана $(a_{ij})_{i,j\in I}$, где $I$ — множество вершин расширенной диаграммы Дынкина, соответствующей $\hat{sl}(m|n,\Pi)$, которое можно отождествлять с $\Pi$. Отметим, что элементы $I$ индексируются числами $\{0,1,\ldots,m+n-1\}$, и мы будем, не оговаривая это специально, отождествлять эти два множества, когда мы хотим зафиксировать выделенный порядок на множестве простых корней $\Pi = \Pi_e + \Pi_{\mathrm{odd}}$, где $\Pi_e$ ($\Pi_{\mathrm{odd}}$) — множества четных (нечетных) простых корней. Мы положим $\{a,b\}$ как $ab+ba$.

Определим сначала суперянгиан $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi)) = Y_\hbar(sl^{(1)}(m|n,\tilde{\Pi}))$ для системы простых корней $\tilde{\Pi}$.

**Определение 1.** *Суперянгиан $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi)) = Y_\hbar(sl^{(1)}(m|n,\tilde{\Pi}))$ — это ассоциативная супералгебра с единицей над кольцом формальных степенных рядов $\mathbb{C}[h]$, порожденная образующими $x^{\pm}_{i,r}$, $h_{i,r}$, для $i\in\{0,1,\ldots,m+n-1\}$ и $r\in\mathbb{Z}_{\geqslant 0}$, которые удовлетворяют следующим определяющим соотношениям:*

$$[h_{i,r},h_{j,s}] = 0, \tag{1}$$

$$[h_{i,0},x^{\pm}_{j,s}] = \pm a_{ij}x^{\pm}_{j,s}, \tag{2}$$

$$[x^{+}_{i,r},x^{-}_{j,s}] = \delta_{ij}h_{i,r+s}, \tag{3}$$

$$[h_{i,r+1},x^{\pm}_{j,s}] - [h_{i,r},x^{\pm}_{j,s+1}] = \pm\frac{\hbar a_{ij}}{2}\{h_{i,r},x^{\pm}_{j,s}\}, \tag{4}$$

$$[x^{\pm}_{i,r+1},x^{\pm}_{j,s}] - [x^{\pm}_{i,r},x^{\pm}_{j,s+1}] = \pm\frac{\hbar a_{ij}}{2}\{x^{\pm}_{i,r},x^{\pm}_{j,s}\}, \tag{5}$$

$$\sum_{\sigma\in S_n}\Big[x^{\pm}_{i,r_{\sigma(1)}},[x^{\pm}_{i,r_{\sigma(2)}},\ldots,[x^{\pm}_{i,r_{\sigma(n)}},x^{\pm}_{j,s}]\ldots]\Big] = 0 \quad \text{для} \quad i\neq j \quad \text{и} \quad n = 1+|a_{ij}|, \tag{6}$$

$$[x^{\pm}_{i,r},x^{\pm}_{i,s}] = 0 \quad (\alpha_i\in\tilde{\Pi}_{\mathrm{odd}}), \tag{7}$$

$$\big[[x^{\pm}_{i-1,0},x^{\pm}_{i,0}],[x^{\pm}_{i,0},x^{\pm}_{i+1,0}]\big] = 0 \quad (\alpha_i = \tilde{\Pi}_{\mathrm{odd}}),(x^{\pm}_{-1,k} := x^{\pm}_{m+n-1,k}). \tag{8}$$

Мы можем определить суперянгиан $\hat{sl}(m|n,\Pi)$ также следующим эквивалентным образом.

**Определение 2.** *Суперянгиан* $Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi)) = Y_\hbar(sl^{(1)}(m|n,\tilde{\Pi}))$ *— это унитальная ассоциативная* $\mathbb{C}[h]$ *супералгебра, порожденная элементами* $x^{\pm}_{i,r}$, $h_{i,r}$, *для* $i \in \{0,1,\ldots,m+n-1\}$ *и* $r \in \mathbb{Z}_{\geqslant 0}$, *удовлетворяющими соотношениям (1)–(7) и следующему соотношению, эквивалентному соотношению (8),*

$$[[x^{\pm}_{i-1,k}, x^{\pm}_{i,0}], [x^{\pm}_{i,0}, x^{\pm}_{i+1,t}]] = 0 \quad (\alpha_i \in \tilde{\Pi}_{\mathrm{odd}}). \tag{9}$$

*Заметим, что* $a_{ij}$, *здесь и выше, это элементы матрицы Картана* $A = (a_{ij})_{ij \in I}$ *супералгебры Ли* $\hat{sl}(m|n,\Pi)$, *определяемые системой простых корней* $\Pi$.

Отметим, что в случае так называемой выделенной системы простых корней $\Pi^{\mathrm{dist}}$ — только два нечетных корня, занумерованных индексами $m$ и $0$.

Пусть $\tilde{h}_{i,1} = h_{i,1} - (\hbar/2)h^2_{i,0}$.

## 2. ГРУППОИД ВЕЙЛЯ

Пусть $s$ — элемент группоида Вейля $\hat{W}$. Определено естественное действие элементов $\hat{W}$ на системе аффинных простых корней $\tilde{\Pi}$ супералгебры Ли $A(m,n)$, именно, для $s \in \hat{W}$ $s : \tilde{\Pi} \to \tilde{\Pi}_1$. Определим действие группоида Вейля $\hat{W}$ на суперянгианах вида $Y(\hat{sl}(m|n,\Pi))$.

**Предложение 1.** *Для каждого элемента* $s \in \hat{W}$ *существует изоморфизм* $T_s : Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi)) \to Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi_1)$ *такой, что* $T_s$ *является автоморфизмом тогда и только тогда, когда* $s$ *является четным отражением.*

Для четных простых отражений мы можем определить отображения $T_{\alpha_j} : Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi)) \to Y(\hat{sl}_\hbar(m|n,\Pi))$ [14], так же как и в работе [14] (см., также [8, 9]).

Отметим, что каждый четный элемент $s \in \hat{W}$ определяет автоморфизм $T_s : Y(\hat{sl}(m|n,\Pi)) \to Y(\hat{sl}(m|n,\Pi_1))$. Четные отображения образуют группу Вейля, и элементы группы Вейля индуцируют автоморфизмы $T_s$ суперянгиана $Y(\hat{sl}(m|n,\Pi))$. Мы получаем естественно определенное действие группы Вейля на каждом суперянгиане $Y(\hat{sl}(m|n,\Pi))$, который мы рассматриваем как объект упомянутой выше категории.

Пусть $\alpha_i$ — нечетный простой корень, т. е. $|\alpha_i| = 1$, и пусть $s_i : \tilde{\Pi} \to \tilde{\Pi}'$ — отражение относительно этого нечетного корня («нечетное отражение»). Пусть также $\beta_j := s(\alpha_j) \in \tilde{\Pi}'$ — образ корня простого корня $\alpha_j$ исходной системы простых корней $\tilde{\Pi}$ под действием этого отражения $s_i = s_{\alpha_i}$. Определим гомоморфизмы

$$T_i = T_{\alpha_i} : Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi)) \to Y_\hbar(\hat{sl}(m|n,\Pi'))$$

следующими формулами:

$$T_i(x^+_{\alpha_j,0}) = \begin{cases} -x^-_{s_i(\alpha_i),0}, & \text{если} \quad i = j, \\ \left[x^+_{s_i(\alpha_i),0}, x^+_{s_i(\alpha_j),0}\right], & \text{если} \quad a_{ij} = \pm 1, \\ x^+_{\alpha_j,0}, & \text{если} \quad a_{ij} = 0, \end{cases}$$

$$T_i(x^-_{\alpha_j,0}) = \begin{cases} -x^+_{s_i(\alpha_i,0)}, & \text{если} \quad i = j, \\ \left[x^-_{s_i(\alpha_i),0}, x^-_{s_i(\alpha_j),0}\right], & \text{если} \quad a_{ij} = \pm 1, \\ x^-_{s_i(\alpha_j),0}, & \text{если} \quad a_{ij} = 0, \end{cases}$$

$$T_i(h_{\alpha_j,0}) = \begin{cases} -h_{s_i(\alpha_i),0}, & \text{если} \quad i = j, \\ h_{s_i(\alpha_i),0} + h_{s_i(\alpha_j),0}, & \text{если} \quad a_{ij} = \pm 1, \\ h_{s_i(\alpha_j),0}, & \text{если} \quad a_{ij} = 0, \end{cases}$$

$$T_i(x^+_{\alpha_j,1}) = \begin{cases} -x^-_{s_i(\alpha_i),1} + \frac{\hbar}{2}\{h_{i,0}, x^-_{i,0}\}, & \text{если} \quad i = j, \\ \left[x^+_{s_i(\alpha_i),0}, x^+_{s_i(\alpha_j),1}\right], & \text{если} \quad a_{ij} = \pm 1, \\ x^+_{s_i(\alpha_j),1}, & \text{если} \quad a_{ij} = 0, \end{cases}$$

$$T_i(x^-_{\alpha_j,1}) = \begin{cases} -x^+_{s_i(\alpha_i),1} + \frac{\hbar}{2}\{h_{i,0}, x^+_{i,0}\}, & \text{если} \quad i = j, \\ -\left[x^-_{s_i(\alpha_i),0}, x^-_{s_i(\alpha_j),1}\right], & \text{если} \quad a_{ij} = \pm 1, \\ x^-_{s_i(\alpha_j),1}, & \text{если} \quad a_{ij} = 0, \end{cases}$$

$$T_i(\tilde{h}_{\alpha_j,1}) = \begin{cases} -\tilde{h}_{s_i(\alpha_i),1}, & \text{если} \quad i = j, \\ \tilde{h}_{s_i(\alpha_j),1} + \tilde{h}_{s_i(\alpha_i),1} + \frac{\hbar}{2}\left\{x^+_{s_i(\alpha_i),0}, x^-_{s_i(\alpha_i),0}\right\}, & \text{если} \quad a_{ij} = \pm 1, \\ \tilde{h}_{s_i(\alpha_i),1}, & \text{если} \quad a_{ij} = 0. \end{cases}$$

## 3. КОУМНОЖЕНИЕ

В этом разделе мы рассмотрим различные коумножения на суперянгиане и их связь со структурой положительной части суперянгиана, порожденной борелевской подалгеброй исходной супералгебры Ли.

Нам потребуется конструкция пополнения градуированной алгебры. Мы будем использовать конструкцию стандартного пополнения $\hat{A}$ градуированной (супер)алгебры $A$ по градуировке (см. [3, 8]).

**Теорема 1.** *Гомоморфизм супералгебр*

$$\Delta : \hat{Y}_\hbar(\hat{sl}(m|n, \Pi)) \to Y_\hbar(\widehat{\hat{sl}(m|n, \Pi)})^{\otimes 2}$$

*однозначно задается следующими формулами на образующих:*

$$\Delta(h_{i,0}) = h_{i,0} \otimes 1 + 1 \otimes h_{i,0}, \quad \Delta(x^\pm_{i,0}) = x^\pm_{i,0} \otimes 1 + 1 \otimes x^\pm_{i,0}, \tag{10}$$

$$\Delta(h_{i,1}) = h_{i,1} \otimes 1 + 1 \otimes h_{i,1} + \hbar h_{i,0} \otimes h_{i,0} - \hbar \sum_{\alpha \in \Delta_+} \sum_{1 \leqslant k_\alpha \leqslant \dim(\mathfrak{g}_\alpha)} (\alpha, \alpha_i) x^{k_\alpha}_{-\alpha} \otimes x^{k_\alpha}_{\alpha}. \tag{11}$$

*Более того, $\Delta$ удовлетворяет условию коассоциативности.*

Отметим, что

$$\Delta(h_{i,1}) = h_{i,1} \otimes 1 + 1 \otimes h_{i,1} + \hbar h_{i,0} \otimes h_{i,0} + \hbar [h_{i,0} \otimes 1, \Omega_+],$$

где $\Omega_+$ — так называемый полуказимир (см., например, [8]).

Сформулируем основной результат данной работы.

**Теорема 2.** *1) Отображения $T_{\alpha_i}$*

$$T_{\alpha_i} : (Y_\hbar(sl(m|n, \Pi)), \Delta) \to (Y_\hbar(sl(m|n, \Pi')), \Delta'),$$

*будучи изоморфизмами ассоциативных супералгебр, в случае, когда $\alpha_i$ — четный корень, являются автоморфизмами супералгебр Хопфа ($\Pi = \Pi'$, $\Delta = \Delta'$), т. е.*

$$(T_{\alpha_i} \otimes T_{\alpha_i})(\Delta(a)) = \Delta \circ T_{\alpha_i}(a), \quad \forall a \in Y_\hbar(\hat{sl}(m|n, \Pi)). \tag{12}$$

*2) Отображения $T_{\alpha_i}$, будучи изоморфизмами ассоциативных супералгебр, в случае, когда $\alpha_i$ — нечетный корень, являются изоморфизмами алгебр Хопфа $T_\alpha$ : $T_{\alpha_i} : (Y_\hbar(sl(m|n, \Pi)), \Delta) \to (Y_\hbar(sl(m|n, \Pi')), \Delta')$, т. е.*

$$(T_{\alpha_i} \otimes T_{\alpha_i})(\Delta) = \Delta' \circ T_{\alpha_i}. \tag{13}$$

*Здесь $\Delta$, $\Delta'$ — стандартные коумножения, определяемые разными системами простых корней $\Pi$ и $\Pi' = s_{\alpha_i}(\Pi)$.*

**Доказательство.** *Опишем кратко схему доказательства теоремы. Сама конструкция простого нечетного отражения получается из условия требования того, чтобы индуцированное им отображение было изоморфизмом супералгебр Хопфа. Доказательство основано на явной проверке соотношений на образующих первого порядка. Идея доказательства состоит в том, что в формулу (11) для коумножения элемента первого порядка $h_{\alpha_i,1}$ входит полуказимир $\Omega_+$, вид которого зависит от разбиения на положительные и отрицательные корни, а также элемент $h_{\alpha_i,0} \otimes 1$, содержащийся в коммутаторе с полуказимиром. Поскольку в супералгебре Ли борелевские подалгебры несопряжены, упомянутое выше разбиение под действием нечетного отражения переходит в существенно другое, связанное с отличной от исходной борелевской подалгеброй.*

Работа выполнена в центре фундаментальной математики МФТИ.

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Chari V., Pressley A.* A Guide to Quantum Groups. Cambridge Univ. Press, 1995.
2. *Дринфельд В. Г.* Новая реализация янгианов и квантовых аффинных алгебр // Докл. АН СССР. 1988. Т. 36, № 6. С. 212–216.
3. *Guay N., Nakajima H., Wendlandt C.* Coproduct for Yangians of Affine Kac–Moody Algebras on Generators and Defining Relations of Yangians // Adv. Math. 2018. V. 338. P. 865–911; arXiv:1701.05288 [math.QA].

4. *Levendorskii S. Z.* On Generators and Defining Relations of Yangians // J. Geom. Phys. 1993. V. 12, No. 1. P. 1–11.
5. *Drinfeld V.* Quantum Groups // Proc. Intern. Cong. Math. 1988. V. 1. P. 789–820.
6. *Стукопин В. А.* О янгианах суперталгебр Ли типа $A(m,n)$ // Функцион. анализ и его прил. 1994. Т. 28, № 3. С. 85–88.
7. *Стукопин В. А.* О связи категорий представлений янгиана специальной линейной супералгебры Ли и квантовой петлевой супералгебры // ТМФ. 2020. Т. 204, № 3. С. 466–484.
8. *Волков В. Д., Стукопин В. А.* Аффинный суперянгиан и квантовый группоид Вейля // ТМФ. 2023. Т. 216, № 3. С. 476–489.
9. *Волков В. Д., Стукопин В. А.* Группоид Вейля и его действие на аффинном суперянгиане // Записки науч. семинаров ПОМИ. 2024. Т. 532. С. 119–135.
10. *Стукопин В. А.* О дубле янгиана супералгебры Ли типа $A(m,n)$ // Функцион. анализ и его прил. 2006. Т. 40, № 2. С. 86–90.
11. *Stukopin V.* Yangians of Classical Lie Superalgebras: Basic Constructions, Quantum Double and Universal $R$-Matrix // Proc. Inst. Math. NAS Ukraine. 2004. V. 50, No. 3. P. 119–1201.
12. *Стукопин В. А.* О представлениях янгиана супералгебры Ли типа $A(m,n)$ // Изв. РАН. Сер. мат. 2013. Т. 77, № 5. С. 179–202.
13. *Stukopin V. A., Mazurenko A.* Classification of Hopf Superalgebra Structures on Drinfeld Super Yangians. arXiv:2210.08365 [math. QA]. 2022.
14. *Ryosuke Kodera.* Braid Group Action on Affine Yangian // Symmetry Integr. Geom.: Meth. Appl. 2019. V. 15. P. 28.
15. *Mamoru Ueda.* Construction of Affine Super Yangian. arXiv:1911.06666. v6 [math. RT]. 2021.

Получено 14 февраля 2025 г.