

## АКТУАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ПУЧКА В КОЛЛАЙДЕРЕ NICA

*О. С. Козлов, С. А. Костромин, С. А. Мельников,  
И. Н. Мешков, В. Л. Смирнов\*, А. В. Тузиков,  
А. В. Филиппов, М. М. Шандов*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Проект NICA разрабатывается в Объединенном институте ядерных исследований (Дубна). Ускорительный комплекс находится в стадии поэтапной сборки и ввода в эксплуатацию. Установка состоит из двух сверхпроводящих ускорителей синхротронного типа и сверхпроводящего ускорителя на встречных пучках (коллайдера). Многочисленные исследования динамики пучка, проведенные на этапе проектирования, легли в основу конструкторских разработок систем коллайдера. Выбор параметров его работы опирается на численные расчеты движения частиц в кольцах коллайдера, которые детально рассмотрены на этапе проектирования. Однако остаются задачи, актуальные и сегодня. Некоторые из них, являющиеся принципиальными, требуют углубленного исследования с применением трехмерной трассировки частиц с учетом всех основных физических явлений в пучках и нелинейностей, присутствующих в системе. Относительно коллайдера NICA такими задачами являются коллективные эффекты, которым посвящена данная работа. Представлены описание текущего состояния численных и теоретических расчетов устойчивости пучка в коллайдере NICA и планы решения незавершенных задач.

The NICA project is under development at the Joint Institute for Nuclear Research (Dubna). The accelerator complex is in the stage of step-by-step assembly and commissioning. The complex consists of two superconducting synchrotrons and a superconducting ion collider. Numerous studies of beam dynamics, performed at the design stage, formed the basis of R&D of the collider systems. Most part of tasks was done in detail and totally completed. However, a number of tasks are not finished and actual to date. Some of them, being fundamental, need detailed analysis using three-dimensional particle tracing with taking into account all the main physical effects and nonlinearities of electromagnetic fields of the structure. Key task in the NICA collider is study of collective phenomena, to which this work is mainly devoted. The paper describes the current status of numerical and analytical calculations of beam stability in the NICA collider and possible plans of solution of noncompleted tasks.

PACS: 29.20.db; 25.40.Cm; 29.27.Bd

---

\* E-mail: vsmirnov@jinr.ru

## ВВЕДЕНИЕ

Ускорительный комплекс NICA (Nuclotron-based Ion Collider Facility) [1] базируется на использовании сверхпроводящего бустерного синхротрона (бустера), ускоряющего ионы до энергии около 578 МэВ/нуклон, сверхпроводящего синхротрона — нуклотрона, позволяющего ускорять тяжелые ионы до энергии 3,9 ГэВ/нуклон и протоны до 12,6 ГэВ, и сверхпроводящего коллайдера, обеспечивающего накопление протонов и ионов, ускорение тяжелых ионов до проектной энергии 4,5 ГэВ/нуклон и их столкновение в двух точках встречи. В настоящее время происходит поэтапная сборка и ввод в эксплуатацию основных ускорительных частей комплекса NICA. Так, бустер запущен в конце 2020 г. [2]. Готовность узлов коллайдера составляет более 80%. Основные характеристики коллайдера приведены в табл. 1.

Во время пусконаладочных работ на бустере протестированы системы инжекции, захвата и ускорения частиц, получена устойчивая циркуляция ионов [3]. Успешно проведены испытания системы электронного охлаждения (СЭО) пучка. В коллайдере NICA по сравнению с бустером и нуклотроном интенсивность циркулирующего пучка значительно выше и время нахождения пучка больше ввиду необходимости накопления большого количества частиц ( $0,3-3 \cdot 10^9$  в сгустке) для получения требуемой светимости (до  $1 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ), что ведет к более яркому проявлению коллективных эффектов движения пучка и различного рода связанных с этим неустойчивостей. При длительном времени циркуляции пучка в коллайдере влияние нелинейностей магнитных полей оптической структуры становится определяющим. Это требует не только соответствующего качества изготовления и позиционирования структурных элементов коллайдера, но и накладывает жесткие требования к возможностям управления пучком во время инжекции пучка и в период работы установки. Важную роль, таким образом, будут играть не только исследования поведения ионов, которые опираются на экспериментальные данные, полученные во время пусконаладочных работ, но и расчеты движения частиц, проведенные на этапе проектирования и планирования режимов работы установки.

Обширные численные расчеты, проведенные в рамках проекта NICA, охватывают область всех имеющихся задач динамики пучка. Значительное внимание уделено коллективным эффектам пучка. Использование различных методов анализа, алгоритмов и вычислительных программ ведет к спектру результатов, которые требуют систематизации и сравнения. Вопросы, требующие критического пересмотра, относятся к совместному воздействию на пучок ионов его пространственного заряда, внутривидового рассеяния (ВВР), влияния электромагнитного поля встречного пучка и электронного пучка в СЭО. Такие задачи должны решаться путем проведения самосогласованного расчета, учитывающего все вышеуказанные эффекты. Появление новых функциональных ком-

Таблица 1. Основные параметры коллайдера NICA

Параметр	Величина
Ускоряемый ион	От протонов до Au <sup>79+</sup>
Энергия ионов в каждом кольце, ГэВ/нуклон	12,6 для протонов, 4,5 для золота
Энергия инъекции, ГэВ/нуклон	1,8–12,6 для протонов, 1,0–3,9 для золота
Светимость, см <sup>-2</sup> ·с <sup>-1</sup>	10 <sup>32</sup> для протонов, 10 <sup>27</sup> для золота
Количество сгустков в кольце	22
Количество ионов в сгустке (ионная мода)	2,8 · 10 <sup>8</sup> –3 · 10 <sup>9</sup>
Количество ионов в сгустке (протонная мода)	1 · 10 <sup>10</sup> –2 · 10 <sup>12</sup>
Эмиттанс ускоряемых пучков, л · мм · мрад	≈ 1
Длина сгустков (rms), м	1,2
Частота обращения ионов, МГц	0,52–0,59
Гармоника ускорения	66
Периметр каждого кольца, м	503,04
Тип периодичности структуры	FODO
Количество ячеек периодичности FODO на кольцо	24 (4 из них свободны)
Количество диполей в FODO-ячейках (в арках)	80
Количество магнитов сведения/разведения	8
Количество квадруполей в FODO-ячейках (в арках)	46
Количество квадруполей в прямолиней- ных участках	24
Количество квадруполей финальной фокусировки	12
Максимальная магнитная жесткость, Тл · м	45
Бета-функция в точках встречи, м	0,6

плексов программ, с помощью которых возможно проведение трехмерной трассировки частиц с учетом всех основных особенностей движения ионов и нелинейностей системы, позволяет решать поставленные задачи. Актуально также исследование взаимодействия пучка с элементами коллайдера — возбуждения wake-полей и электронных облаков.

Расчеты по оптимизации структуры бустера и коллайдера базируются в основном на применении пакета MAD-X [4], который является универсальным и широко известным кодом для исследования динамики пучка в синхротронах. Динамика пучка исследовалась также с ис-

пользованием трехмерной трассировки частиц в программе Lifetrac [5]. Проведено сравнение результатов расчетов с помощью трехмерной трассировки с данными, полученными путем аналитических расчетов (с помощью пакета MathCad [6]) и с применением кодов, анализирующих движение частиц в линейном и нелинейном приближениях, таких как MAD-X. Задачей исследования с помощью трехмерной трассировки частиц является изучение темпов роста эмиттансов пучка в коллайдере NICA. Также анализируются нелинейность бетатронных колебаний и регулярность движения ионов с различными амплитудами. Проводится анализ разброса бетатронных частот частиц на частотной диаграмме и его изменения под воздействием различных эффектов: импульсного разброса, пространственного заряда, зависимости частот от амплитуд в присутствии нелинейностей электромагнитных полей и поля встречного пучка. Исследованный режим — циркуляция сгруппированных пучков ионов золота  $^{197}\text{Au}^{79+}$  с энергиями 1, 3 и 4,5 ГэВ/нуклон.

Исследование направлено на оценку совместного влияния ключевых эффектов динамики пучка в коллайдере NICA, на систематизацию и сравнение имеющихся различных расчетных данных, а также поиск новых подходов и инструментов изучения движения частиц в проекте NICA. На данном этапе работ авторами не ставится задача проведения полностью завершенных циклов всех расчетов, но, в первую очередь, расставляются приоритеты и намечаются пути будущих исследований. В то же время часть расчетов, посвященных анализу влияния ВПР и пространственного заряда на рост эмиттанса, выполнена достаточно детально и в полном объеме.

## 1. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЛИНЕЙНОЙ ОПТИКИ И КОРРЕКЦИЯ ОРБИТЫ

Первоочередными задачами при настройке любого синхротрона являются «восстановление» оптики ускорителя и коррекция замкнутой орбиты. Восстановление оптических свойств сводится к обеспечению требуемых бета-функций, коррекции бетатронных частот и компенсации хроматизма. Данные задачи решались для коллайдера NICA [7]. Формирование и коррекция замкнутой орбиты имеют строго определенный смысл при фиксированной энергии ионов. Поэтому в случае ускорения частиц невозможно сформировать идеальную замкнутую орбиту. Но данная задача теоретически решается для коллайдеров при работе с фиксированной энергией ионов.

В проекте NICA методы и алгоритмы коррекции орбиты наиболее детально рассматривались для бустера [8]. Изучены различные алгоритмы коррекции орбиты (метод локальной коррекции (beam bump method), метод MICADO, гармонический метод, метод наименьших квадратов). Наибольшими возможностями и интегрируемостью обладает метод син-

гулярного разложения (SVD) [9], который оказался эффективным применительно к бустеру NICA.

Для коллайдера NICA вопрос коррекции орбиты также частично рассматривался [10]. В расчетах использовался алгоритм коррекции MICADO [11]. Анализ, проведенный для 100 орбит с различными начальными искажениями в поперечных направлениях, достигающими 12 мм, показал, что при имеющейся системе коррекции магнитного поля можно снизить искажения орбиты менее проектных величин ( $\pm 0,1$  мм в максимуме отклонения). Искажения орбиты в расчетах возникают из-за внесения ошибок в ведущее магнитное поле системы: относительного разброса эффективных длин диполей до  $5 \cdot 10^{-4}$ , продольного и поперечного смещений диполей до 0,5 мм, поворота диполей вокруг продольной оси до 0,5 мрад. Для соблюдения требований на величину отклонений орбиты максимальная сила корректоров достигает 0,5 мрад, что соответствует магнитному полю 0,08 Тл. Предельная величина поля в корректорах может достигать 0,15 Тл.

Несмотря на то, что проведенные расчеты показали эффективность имеющейся системы коррекции (в рамках рассмотренных искажений системы), остается вопрос выбора в пользу тех или иных методов и алгоритмов, используемых на коллайдере. Численные исследования на бустере NICA показали, что наиболее подходящим методом является SVD, так как позволяет находить требуемые (приводящие к уменьшению искажений замкнутой орбиты) величины токов (полей) корректирующих магнитов, независимо от соотношения числа мониторов пучка и корректоров, и обладает высокой степенью сходимости при различных искажениях магнитного поля ускорителя. При сравнении методов SVD и MICADO в рамках исследования коррекции магнитного поля коллайдера осуществляется поиск оптимальных решений.

Коллайдер и бустер имеют разные схемы периодичности (FODO и DFO), структура оптических элементов, рассогласования которых вносят искажения орбиты, тоже различная, и количество корректоров коллайдера больше (70 в сравнении с 24). Требования на эффективность системы коррекции орбиты (конечную величину искажения замкнутой орбиты) для коллайдера жестче, чем для бустера [12]. Максимальное отклонение орбиты в коллайдере не должно превышать  $\pm 0,1$  мм по абсолютной величине в точке встречи, тогда как в бустере эта величина может варьироваться до  $\pm 1$  мм по кольцу без существенного влияния на динамику пучка.

В результате завершенных измерений магнитных полей диполей коллайдера получены статистические данные об отклонениях эффективных длин магнитов от проектной величины [13]. С помощью измерений квадрупольных магнитов, завершенных на 42 %, получен спектр отклонений эффективных градиентов линз от проектных значений и магнитных осей относительно геометрических. Новая информация позволяет исследовать возмущения орбиты и решать задачи ее коррекции с учетом измеренных

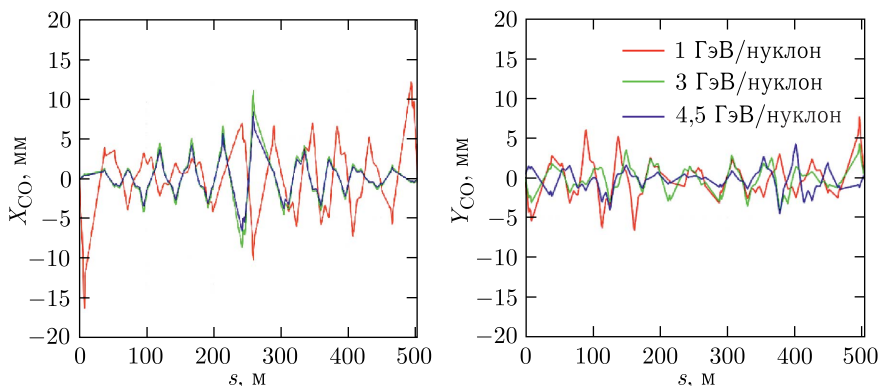


Рис. 1 (цветной в электронной версии). Отклонения координат замкнутой орбиты ( $X_{CO}/Y_{CO}$ ) от идеальной в структуре коллайдера с включенными в расчет измеренными ошибками полей дипольных магнитов

ошибок элементов магнитооптической структуры коллайдера. Получены первые результаты по вычислению эффекта с учетом влияния измеренных искажений полей на замкнутую орбиту (рис. 1). Однако расчеты с использованием системы коррекции поля пока еще не проводились.

## 2. ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТОВ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА И ВНУТРИПУЧКОВОГО РАССЕЯНИЯ

Оптимизация магнитооптической структуры коллайдера включает в себя выбор положения рабочей точки на диаграмме бетатронных частот, оптимизацию бета-функций, компенсацию натурального хроматизма, коррекцию связи поперечных колебаний, вызываемую, например, соленоидами детекторов и СЭО, и максимизацию динамической апертуры [7]. Анализ динамических свойств системы проводится с применением различных подходов, алгоритмов и вычислительных программ. Результат расчета частично зависит от используемого подхода (количества принятых допущений). Значительная часть расчетов движения частиц в синхротронах производится обычно с помощью аналитических методов и известного пакета MAD-X [4]. Для коллайдера NICA первоначально расчеты проводились с применением алгоритма PTC (Polymorphic Tracking Code) [14] в MAD-X. Однако в пакете MAD-X отсутствует возможность задания некоторых элементов магнитооптической структуры коллайдера (например, СЭО и системы стохастического охлаждения), а модуль для реализации алгоритма PTC не поддерживает задание элементов через соответствующие операторы преобразования фазовых координат. Коллайдер предназначен для работы с пучками большой интенсивности и системами охлаждения, а в магнитооптической структуре при-

существует большое количество нелинейностей электромагнитных полей разных порядков. Только трехмерная трассировка позволяет учесть все вышеперечисленные эффекты. Одна из программ, позволяющих провести численный расчет трассировки ионов в синхротронах, — Lifetrac [5] — была использована для расчетов, связанных с коллайдером NICA. С помощью данного кода можно проводить трассировку частиц с включением в расчет всех основных особенностей движения заряженных частиц и модулей кольца: ВПР, пространственного заряда, эффектов встречи, электронного охлаждения и др. Трехмерная трассировка с использованием кода Lifetrac применялась при изучении зависимости частот бетатронных колебаний от амплитуд. Для решения таких задач программа имеет возможности для проведения исследования бетатронных частот с помощью метода FMA (Frequency Map Analysis) [15–17], который позволяет изучать регулярность движения ионов с различными амплитудами и анализировать динамическую апертуру колец коллайдера.

Основными исследуемыми характеристиками движения ионов в коллайдере являются:

- зависимость частоты бетатронных колебаний от амплитуды частиц;
- разброс бетатронных частот ионов под действием пространственного заряда пучка и поля встречного пучка;
- регулярность движения частиц с различными амплитудами под действием резонансов;
- рост эмиттанса пучка во времени;
- влияние электронного пучка СЭО.

Эффекты собственного поля пучка в программе Lifetrac, согласно устоявшейся ускорительной терминологии, разделяются по механизму действия на те, которые изменяют бетатронные частоты (эффект пространственного заряда), и те, которые перераспределяют фазовую плотность пучка (ВПР, эффект Тушека). Для тех и других задается варьируемое количество разбиений периметра кольца, в которых расставляются операторы, представляющие действие внутривпучковых сил. Силы пространственного заряда, ослабляющие фокусировку ведущего магнитного поля и, как следствие, изменяющие значения бетатронных частот для отдельно взятых частиц в сгустке, вычисляются с учетом влияния вакуумной камеры коллайдера. ВПР рассчитывается методом парных столкновений [18], модифицированным для использования распараллеливания и уменьшения требуемого расчетного времени. Эффект Тушека рассчитывается с использованием подхода Пивинского [19]. Программа Lifetrac адаптирована для работы на высокопроизводительных вычислительных комплексах. Расчеты для коллайдера NICA осуществлялись на гетерогенном кластере ОИЯИ «Говорун» [20].

**2.1. Влияние нелинейностей магнитного поля на бетатронное движение.** При работе коллайдера будут использоваться основной детектор частиц MPD (Multi-Purpose Detector) и СЭО. Обе системы ра-

ботаю с продольными соленоидальными магнитными полями. Длина соленоида детектора — 5,25 м, максимальная величина магнитного поля — 0,5 Тл. Протяженность соленоида прямолинейной секции системы электронного охлаждения — 6 м с полем до 0,2 Тл. Оба соленоида вносят значительную связь поперечных колебаний, что требует дополнительных усилий по ее подавлению. Рабочая точка также должна быть смещена к проектным значениям. Для коррекции связи и бетатронных частот в системе предусмотрен набор корректирующих «косых» квадрупольей. Также имеется набор секступольных и октупольных магнитов [21] для коррекции хроматичности и динамической апертуры. В результате проведения цикла расчетов получена оптимальная структура, в которой подавлена связь поперечных колебаний, компенсирована хроматичность, скорректированы бетатронные частоты и оптимизирована величина динамической апертуры [7]. Использование большого количества нелинейных оптических элементов приводит к зависимости частоты бетатронных колебаний от амплитуды, характер которой в основном определяется влиянием секступольной и октупольной компонент магнитного поля. Согласно теоретическим оценкам [22] сдвиг бетатронных частот в этом случае пропорционален квадрату амплитуды:

$$dQ \propto -\frac{5}{48}A^2\beta^4Q_0 \quad (\text{квадратичная нелинейность поля}),$$

$$dQ \propto \frac{1}{16}A^2\beta^2Q_0 \quad (\text{кубическая нелинейность поля}).$$

Здесь  $A$  — амплитуда бетатронных колебаний,  $\beta$  — бета-функция. Расчеты, проведенные в Lifetrac, показали зависимость частоты от амплитуды, которая находится в соответствии с теоретическими предсказаниями: частота зависит от квадрата амплитуды по закону, близкому к линейному (рис. 2).

Один из ключевых физических факторов, определяющих количество ионов в циркулирующем пучке, — максимально допустимый сдвиг частот бетатронных колебаний с учетом положения рабочей точки коллайдера на диаграмме частот. Этот сдвиг определяется суммой модулей ласлеттовского сдвига частот и смещения частот под действием встречного пучка [23]. Причиной сдвига Ласлетта является действие пространственного заряда собственного электромагнитного поля пучка, которое может быть рассчитано по формуле

$$\Delta Q_L = -\frac{Z^2 r_p}{A} \frac{N_b}{4\pi\beta^2\gamma^3\varepsilon} F_{sc} F_b, \quad (1)$$

где  $Z$ ,  $A$  — зарядовое число и атомный номер;  $r_p$  — классический радиус протона;  $\varepsilon$  — эмиттанс пучка;  $F_{sc}$  — фактор, учитывающий силу изображения сгустка, который для вакуумной камеры из нержавеющей стали можно принять равным единице;  $F_b$  — фактор группировки, зависящий



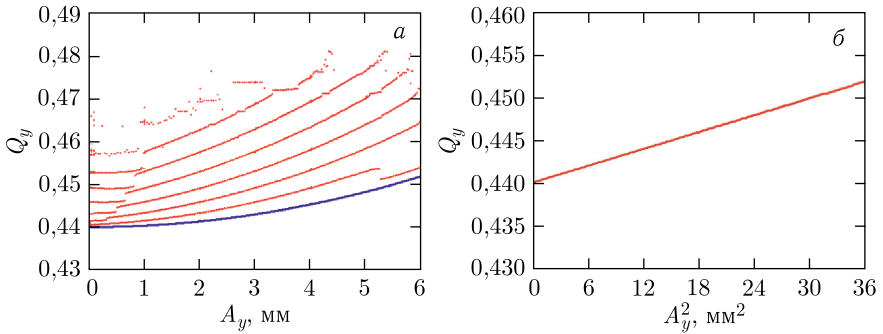


Рис. 2 (цветной в электронной версии). а) Зависимость бетатронной частоты вертикальных колебаний от их амплитуды. Различные линии соответствуют различным значениям амплитуд горизонтальных колебаний ( $A_x = 0, 1, \dots, 6$  мм). Нижняя линия соответствует случаю нулевых горизонтальных амплитуд. б) Зависимость частоты вертикальных бетатронных колебаний от квадрата их амплитуды. Энергия ионов золота 1 ГэВ/нуклон

от соотношения периметра кольца  $C_{\text{ring}}$  и длины сгустков  $\sigma_s$  и равный для пучка с гауссовым распределением частиц

$$F_b = \frac{C_{\text{ring}}}{\sqrt{2\pi} \sigma_s}.$$

Взаимодействие сгустков в точках встречи приводит к сдвигу бетатронных частот, величина которого оценивается [23] так:

$$\Delta Q_{\text{ВВ}} = N_{\text{IP}} \frac{Z^2 r_p}{A} \frac{N_b}{4\pi\beta^2\gamma} \frac{1 + \beta^2}{2\epsilon} \Phi(\sigma_s, \beta^*). \quad (2)$$

Здесь  $N_{\text{IP}}$  — число точек встречи (Interaction Point), равное двум для коллайдера NICA, функция  $\Phi(\sigma_s, \beta^*)$ , зависящая от отношения продольного размера сгустка  $\sigma_s$  к значению бета-функции в точке встречи  $\beta^*$ , для коллайдера NICA равна 0,913 при  $\sigma_s = \beta^* = 0,6$  м.

Количество частиц в сгустках выбирается из равенства суммы (1) и (2) максимально допустимому сдвигу — 0,05. Оценка сдвига частот для ионов золота с использованием (2) показывает, что сдвиг бетатронных частот под действием встречных пучков в коллайдере намного меньше величины ласлеттовского сдвига (рис. 3). Поэтому максимально достижимая интенсивность ионного пучка определяется в основном этим ограничением. При энергии ионов больше 3 ГэВ/нуклон достигается проектная светимость  $1 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ . К тому же главным лимитирующим фактором в этой области может стать ограниченная интенсивность ионного пучка, генерируемого источником ионов. Накопление количества ионов, соответствующего максимально допустимому сдвигу бетатронных частот (рис. 4, а), требует значительного увеличения циклов инжекции и, соответственно, времени жизни пучка в коллайдере. Величина светимос-

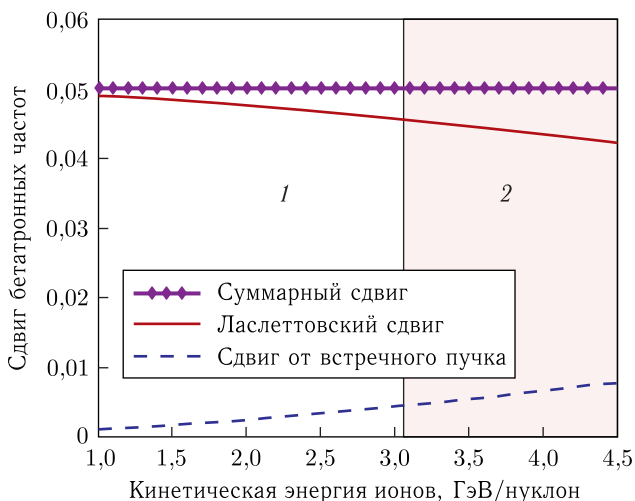


Рис. 3. Зависимость сдвига бетатронных частот от энергии ионов золота  $^{197}\text{Au}^{79+}$ : область 1 — до достижения проектной светимости  $1 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ; область 2 — при достижении проектной светимости

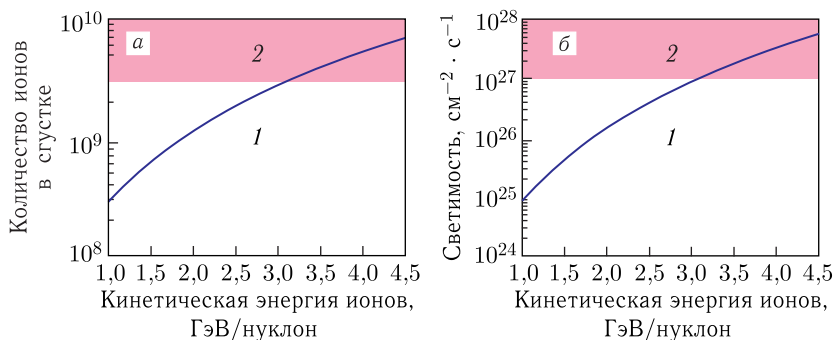


Рис. 4. Количество ионов в одном сгустке (а) и светимость (б) в зависимости от энергии ионов: область 1 — до достижения проектной светимости  $1 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ; область 2 — при достижении проектной светимости

ти при энергии 3 ГэВ/нуклон достигает требуемой проектной величины  $1 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  (рис. 4, б). Эффективные системы накопления пучка в коллайдере и управления им разработаны исходя из требования обеспечения максимально возможного времени жизни ионного пучка в условиях работы с низкими интенсивностями инжектируемого пучка. Поэтому можно ожидать получение светимости выше проектных значений при работе с ионами высоких энергий.

Расчет, проведенный с использованием метода FMA, показывает, что рабочая точка на частотной диаграмме трансформируется в область, расширяющуюся от нулевого приближения ( $Q_x = Q_y = 9,44$ ) в сторону

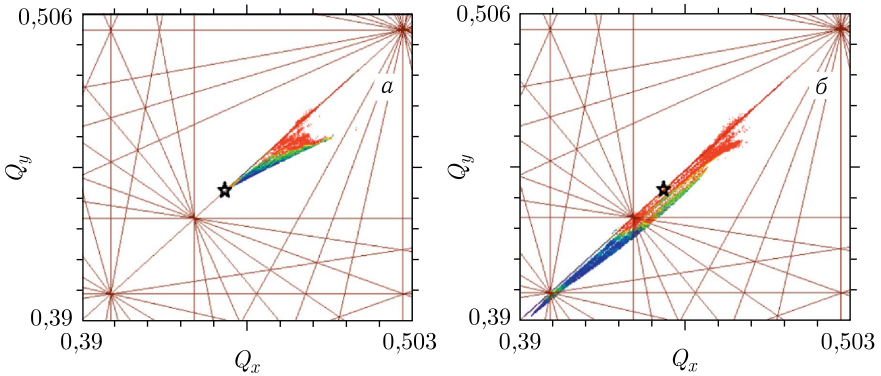


Рис. 5 (цветной в электронной версии). Положение дробной части бетатронных частот ионов на частотной диаграмме без учета пространственного заряда (*а*) и с учетом его действия (*б*). Реперное значение дробной части бетатронных частот (равное 0,44 и определенное без учета действия нелинейностей внешних полей и пространственного заряда пучка) обозначено звездочкой. Линиями показаны резонансы до седьмого порядка включительно. Энергия ионов золота 1 ГэВ/нуклон

больших частот (рис. 5, *а*). Под нулевым приближением понимается значение бетатронной частоты, полученное в одночастичном приближении без учета влияния нелинейностей внешних полей и действия собственного поля пучка. Включение в расчет сил пространственного заряда пучка ожидаемо «распушает» частотный след в сторону меньших частот (рис. 5, *б*).

Использование метода ФМА также позволяет анализировать регулярность движения частиц. Цвет на рис. 5 передает меру хаотичности движения, т. е. величину изменения значений частоты каждой частицы на соседних оборотах. На цветовой диаграмме величина хаотичности увеличивается от минимального значения, соответствующего синему цвету, до максимального, заданного красным цветом. Видно, что регулярность движения больше всего нарушается в области расположения резонансов (показаны линиями).

Результаты трехмерной трассировки в программе Lifetrac [5] для ионов золота  $^{197}\text{Au}^{79+}$  подтверждают, что сдвиг частот бетатронных колебаний соответствует проектным значениям (табл. 2) при работе с пучками проектных интенсивностей. Зона, в которой располагается реперное значение бетатронных частот, равное 9,44, наибольшая в окружающей области, в которой отсутствуют линии рассматриваемых резонансов (до седьмого порядка). Поэтому итоговое «распушение» частотного следа не приводит к пересечению дополнительных резонансных линий, за исключением узла нелинейных резонансов (рис. 5, *б*) при значениях  $Q_x \approx 9,4$ . Изменение рабочей точки с 9,44 до 9,45–9,46 позволило бы избежать пересечения данного узла резонансов.

**Таблица 2. Некогерентный сдвиг частот под действием сил пространственного заряда**

Энергия, ГэВ/нуклон	Количество ионов в сгустке $\times 10^9$	Ласлеттовский сдвиг частот	
		Аналитический расчет	Трехмерная трассировка
1,0	0,28	0,048–0,049	0,049
3,0	2,71	0,045–0,052	0,048
4,5	2,98	0,017–0,025	0,015

**2.2. Исследование роста эмиттансов.** Рост эмиттансов пучка в коллайдерах зависит от воздействия на частицы пространственного заряда пучка — его собственных электрического и магнитного полей. Можно выделить два источника увеличения фазового объема пучка: влияние резонансов, в зону действия которых сдвигается бетатронная частота под действием пространственного заряда, и внутривидовое рассеяние. Первый эффект в коллайдере NICA ярче проявляется при энергиях ниже 3 ГэВ/нуклон, и именно сдвиг бетатронных частот в этом случае ограничивает интенсивность пучка (см. табл. 2). Расчеты, учитывающие действие пространственного заряда и эффект резонансов, проводились в программе Lifetrac. MAD-X, к сожалению, не имеет встроенных алгоритмов, учитывающих данные эффекты. Аналитический подход для вычисления действия резонансов, приводящего к росту эмиттансов, довольно трудоемок, но тем не менее используется для оценок параметра пучка.

Для расчета ВПР существуют различные методы и алгоритмы. Оценка быстроты роста эмиттансов может быть произведена аналитически на основе данных по величине начальных эмиттансов и информации о структурных функциях коллайдера [24–28]. Альтернативным способом вычисления скорости возрастания эмиттансов под действием ВПР является численный подход, основанный на проведении расчета эволюции величин эмиттансов во времени и вычислении закономерностей их роста.

Для проекта NICA получены как аналитические оценки, так и численные расчеты, основанные на анализе движения частиц. Первые реализованы в известном пакете MathCad в двух вариантах: с учетом связи поперечных движений и без их учета. Формулы для коэффициента связи и двух бетатронных частот, учитывающих наличие связи движения в проведенном исследовании, представлены в работе [29]. Программный комплекс MAD-X, имеющий встроенный модуль расчета времени роста ВПР согласно [24], также использовался.

Развитый в работах [24–28] формализм позволяет определить характеристическое время роста эмиттанса под действием ВПР (время ВПР):

$$\tau_{\alpha} = \frac{\pi^2 N_b Z^4 r_u^2 c L_c}{A^2 \gamma \Gamma} F_{\alpha}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \sigma_s, \sigma_p, \text{структурные функции}), \quad (3)$$

где  $\alpha$  — степень свободы ( $x$ ,  $y$  и  $s$ );  $N_b$  — число частиц в сгустке пучка ионов;  $Z$  — зарядовое число;  $A$  — массовое число;  $r_u$  — классический радиус нуклона;  $c$  — скорость света;  $L_c$  — кулоновский логарифм;  $\Gamma = 8\pi^3\beta^3\gamma^3\varepsilon_x\varepsilon_y\sigma_s\sigma_p$  (где  $\varepsilon_x$  и  $\varepsilon_y$  — среднеквадратичный (СК) горизонтальный и вертикальный эмиттансы пучка);  $\beta, \gamma$  — лоренц-факторы частицы;  $\sigma_s$  — СК продольный размер сгустка;  $\sigma_p$  — СК разброс по импульсу в сгустке. Функция  $F_\alpha$  в выражении (3) зависит от трех эмиттансов пучка и структурных функций ( $\beta$ - и  $\alpha$ -функций и дисперсий). Определение  $\tau_\alpha$  (3) дано в работе [24], и именно этот подход используется в MAD-X.

При проведении расчетов, основанных на трассировке частиц, характеристическое время роста эмиттансов может быть вычислено путем анализа зависимости эмиттансов пучка от времени. Существуют различные численные выражения для искомого параметра, отличающиеся областью применимости к условиям задачи [30–32]. В данной работе использовалось следующее определение [31]:

$$\tau(t) = \left( \frac{d \ln(\varepsilon(t))}{dt} \right)^{-1}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon(t)$  — эмиттанс пучка по истечении времени  $t$ .

Поскольку время в (3) и (4) обратно пропорционально величине эмиттанса, который растет со временем, то значение характеристического времени роста увеличивается с каждым временным шагом и является характеристикой эмиттанса на каждом шаге. Для того чтобы не оперировать зависимостями характеристических времен роста эмиттансов от времени и характеризовать скорость роста относительно начального эмиттанса, что позволяет проводить сравнения результатов численных расчетов с данными аналитических расчетов, необходимо анализировать время роста по истечении малого промежутка времени, когда эмиттанс изменился еще незначительно.

Существенной проблемой численного метода при вычислении времени роста эмиттансов под действием ВПР и пространственного заряда согласно результатам трехмерной трассировки является сильная зависимость результата вычислений по определению (4) от малых колебаний значений эмиттансов на каждом шаге по времени, которые, в свою очередь, существенно зависят от статистики (количества модельных частиц). Поэтому при схожей зависимости эмиттансов пучка от времени характеристическое время роста эмиттансов, определяемое по формуле (4), может иметь существенно отличающиеся значения. Код Lifetrac используется для расчета движения ионов в коллайдере NICA впервые. Ранее проводилась лишь его авторская адаптация к параметрам коллайдера, а также тестовые расчеты [33]. Программа производит трассировку частиц с учетом полной связи движений в шестимерном фазовом пространстве и этим отличается от других используемых методов расчета.

Для оценок роста эмиттансов в коллайдере NICA под действием ВПП и пространственного заряда использовались три различных варианта:

1) аналитические расчеты без учета связи движений (MathCad, MAD-X — вариант 2D);

2) аналитические расчеты с учетом связи поперечных движений (MathCad — вариант 4D);

3) численный расчет с использованием трехмерной трассировки (Lifetrac — вариант 6D).

В расчетах были использованы две магнитооптические структуры коллайдера:

— структура без соленоидов, вносящих связь поперечных движений;

— нелинейная структура, включающая соленоиды детектора и СЭО, секступольные и октупольные корректирующие магниты, в которой проведена коррекция связи поперечных колебаний, хроматичности и оптимизирована динамическая апертура.

На начальном этапе исследовалась структура кольца, в которой присутствуют лишь поворотные дипольные магниты и магнитные квадрупольные линзы. Такая система наиболее близка к линейной, хотя в реальной конструкции нелинейности вносятся краевыми полями этих структурных элементов. Результаты аналитических расчетов с использованием пакета MathCad и трассировки частиц в линейном приближении с применением MAD-X были базовыми при анализе результатов, полученных с помощью кода Lifetrac трехмерной трассировки ионов. Расчеты в программе Lifetrac производились со структурой кольца с учетом различных степеней нелинейностей: с включением и выключением краевых полей магнитов и с дополнительной степенью линейризации расчетной модели. Такой подход помогает выявить связи между нелинейностями полей и их воздействием на пучок и провести сравнение результатов, полученных при различных расчетах.

Вычисления в пакете MathCad основаны на использовании структуры твист-функций, полученных в MAD-X. В качестве входных данных для 2D-программ были взяты 2D-таблицы значений твист-функций при отсутствии связи поперечных колебаний, полученные для значений оптических функций в центре элементов структуры. Для 4D-вычислений использовались 4D-таблицы Твиста с учетом связи поперечных колебаний и формализма (параметризации) Рипкена [34] в случае, когда значения оптических функций вычисляются на краях элементов структуры. В ходе расчетов замечено, что их результаты заметно зависят от шага разбиения оптических функций на периметре кольца, поэтому шаг сетки выбирался достаточно подробным (1 см).

Алгоритм исследования состоял в следующем. На начальном этапе с помощью расчета MathCad подбирались такие параметры начальных поперечных эмиттансов пучка, для которых обеспечивался равновесный рост в процессе циркуляции пучка (времена ВПП близки для всех трех степеней свободы). Затем производились расчеты с использованием всех

**Таблица 3. Результаты 2D-расчетов характеристического времени роста эмиттансов для линейной структуры без связи с помощью MathCad и MAD-X**

$E$ , ГэВ/нуклон	$N_b$ $\times 10^9$	$\varepsilon_x$ , $\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$	$\varepsilon_y$ , $\pi \cdot \text{мм} \cdot \text{мрад}$	$\sigma_s$ , м	$\sigma_p$ $\times 10^{-3}$	$\tau_x$ , с	$\tau_y$ , с	$\tau_s$ , с
MathCad								
1,0	0,28	1,1	1,08	0,6	0,63	229	229	226
MAD-X								
1,0	0,28	1,1	1,08	0,6	0,63	247	247	247
MathCad								
3,0	2,71	1,1	0,95	0,6	1,29	763	762	756
MAD-X								
3,0	2,71	1,1	0,95	0,6	1,29	816	816	816
MathCad								
4,5	2,98	1,1	0,8	0,6	1,69	2283	2284	2268
MAD-X								
4,5	2,98	1,1	0,8	0,6	1,69	2424	2424	2424

имеющихся подходов с подобранными на первом шаге эмиттансами. Продольный размер сгустка ( $\sigma_s$ ), разброс частиц по импульсу ( $\sigma_p$ ) и количество ионов в сгустке ( $N_b$ ) были заданными. Результаты 2D-расчетов приведены в табл. 3.

Программный комплекс Lifetrac производит трассировку заряженных частиц в магнитооптической структуре, разбитой на «тонкие» слайсы (каждый структурный элемент включает не менее 10 разбиений), что обеспечивает симплектичность (сохранение фазовых траекторий при рассмотрении эволюции гамильтоновой системы под действием консервативных сил [22]). Поставленная задача разделена на ряд подзадач, отличающихся методом представления следующих структур коллайдера:

1) системы, представленной в матричной форме, в которой трассировка частиц производится с использованием линейризованных матриц перехода (преобразование координат и скоростей без использования матричных преобразований осуществляется лишь в местах расположения элементов, имитирующих воздействие пространственного заряда пучка, краевые поля элементов выключены);

2) структуры без дополнительной матричной линейризации, описанной в разд. 1, но с выключенными краевыми полями квадрупольных магнитов;

3) конфигурации магнитооптической структуры без допущений, описанных в разд. 1 и 2.

Исследования проводились для пучка ионов золота с энергией 1 ГэВ/нуклон, так как эффекты нелинейностей внешних полей и собственных полей пучка проявляются наиболее ярко при низких энергиях.

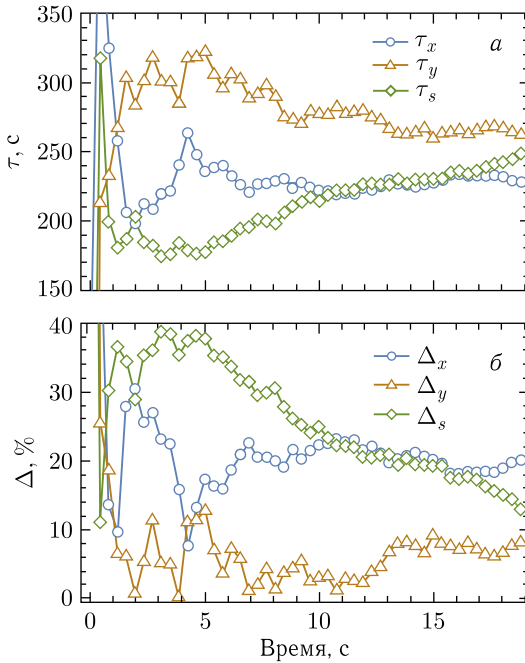


Рис. 6. Зависимость времени ВПП (а) и относительной разницы результатов, полученных в Lifetrac и MAD-X, (б) от времени циркуляции пучка. Энергия ионов 1 ГэВ/нуклон

Для каждого описанного случая проводилось сравнение результатов с данными MAD-X.

В первом случае полностью линейризованной структуры результаты вычисления времен роста эмиттансов под действием ВПП (пространственный заряд и эффект встречного пучка выключены) близки к данным MAD-X (рис. 6, а). Расчет времени роста эмиттансов выполнялся согласно (4). Разница результатов 2D- и 6D-расчетов оценивалась по величине относительной разности характеристических времен ВПП (4) по результатам моделирования в Lifetrac и MAD-X соответственно:

$$\Delta = \left| \frac{\tau_{6D} - \tau_{2D}}{\tau_{2D}} \right| \cdot 100\%. \quad (5)$$

Относительная разница составила от 2,4 до 20,2% (рис. 6, б).

Для структуры без матричной линейризации магнитооптической структуры, но с выключенными краевыми полями элементов наблюдается нелинейный рост поперечных эмиттансов и значительно более медленное возрастание продольного эмиттанса (рис. 7, а). Появляется незначительное количество погибших частиц ( $3 \cdot 10^{-3}\%$ ), которые (до того как



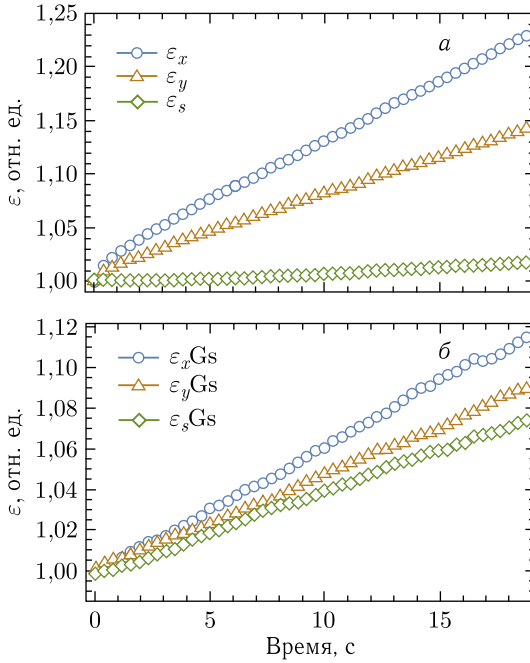


Рис. 7. Эволюция эмиттансов во времени в структуре без учета краевых полей элементов. Показаны нормализованные на начальное значение эмиттансы без аппроксимации распределения частиц функцией Гаусса (а) и с аппроксимацией (б). Энергия ионов 1 ГэВ/нуклон

будут потеряны и находиться в хвостах распределений) заметно влияют на величину поперечных эмиттансов из-за искажения профиля пучка. Гибель частиц происходит равномерно в ходе всего моделирования. На первых сотнях оборотов частицы погибают из-за превышения амплитуды синхротронных колебаний более  $20\sigma$  (стандартных отклонений), после чего причиной гибели частиц становится превышение амплитуды уже по всем трем координатам. Аппроксимация распределения частиц в пучке функцией Гаусса заметным образом корректирует значения эмиттансов, приводя закон зависимости их роста от времени циркуляции (на первых секундах) к линейному закону (рис. 7, б).

Даже при отсутствии краевых полей в расчетной модели поперечный профиль пучка сильно искажается (рис. 8), что делает необходимым учитывать в расчете только случай с аппроксимацией распределения частиц функцией Гаусса. Относительная разница времен ВПР составила от 10 до 40% (рис. 9).

После проведения серии тестовых расчетов с использованием кода Lifetrac следующим шагом был расчет динамики пучка в базовой струк-

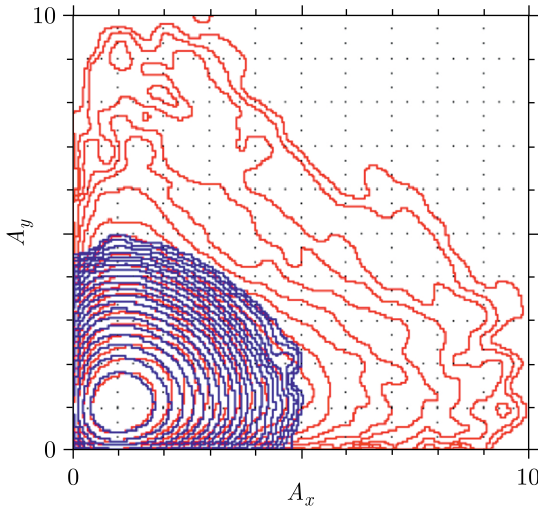


Рис. 8 (цветной в электронной версии). Нормализованные бетатронные амплитуды на начальном шаге (синие линии) и после совершения  $10^7$  оборотов (красные линии). Энергия ионов 1 ГэВ/нуклон

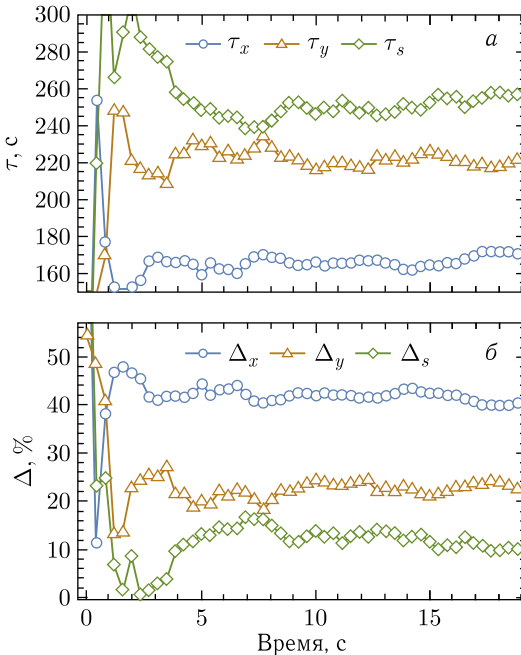


Рис. 9. Зависимость времени ВПР (а) и относительной разницы (б) между Lifetrac и MAD-X от времени циркуляции пучка. Краевые поля магнитов выключены. Энергия ионов 1 ГэВ/нуклон

туре коллайдера, где установлены основной детектор — МРД и СЭО, а также включены различные мультипольные корректоры для компенсации связи колебаний, хроматичности и достижения требуемой величины динамической апертуры.

Исследование искомых характеристик с использованием MAD-X показывает, что результат зависит не только от начальных значений эмиттансов и структурных функций кольца, но и от процедур интерполяции, используемых в самом пакете MAD-X. В частности, можно использовать два алгоритма для расчета твисс-функций: расчет их значений в центрах элементов с помощью линейной интерполяции значений на краях элементов и непосредственный расчет функций в центрах элементов без использования интерполяции. Анализ показал, что переключение этого алгоритма имеет определяющее влияние на результат расчета продольного движения. Например, при энергии 1 ГэВ/нуклон в случае использования интерполяции твисс-функций времена роста ВПР для направ-

**Таблица 4. Результаты расчетов времени ВПР для нелинейной структуры с использованием MathCad 4D и MAD-X**

$E$ , ГэВ/нуклон	$\tau_x, \tau_y, \tau_s$ , с
1,0	286, 286, 286
3,0	770, 770, 770
4,5	2500, 2500, 2500

лений  $X$ ,  $Y$  и  $S$  равны соответственно 256, 253 и 514 с, а без интерполяции — во всех направлениях 286 с. Таким образом, использование данной интерполяции в MAD-X приводит к практически двукратному увеличению темпа роста продольного размера пучка. На поперечном движении этот эффект сказывается незначительно. Исходя из того, что результаты расчета с отсутствием интерполяции твисс-функций наиболее близки к оценкам, полученным с использованием MathCad (отличие в значениях времени роста ВПР составляет несколько процентов во всех направлениях), для дальнейших расчетов был использован этот алгоритм (табл. 4).

Результаты расчета поперечных эмиттансов пучка и времен ВПР для режима циркуляции ионов золота с энергией 1 ГэВ/нуклон, полученные с применением кода Lifetrac, показаны на рис. 10. Предыдущие расчеты в MathCad 4D и MAD-X предсказывают рост эмиттансов в двух поперечных направлениях со схожим темпом. Результаты, полученные в Lifetrac, показывают существенное расхождение в значениях времени ВПР в вертикальном направлении, где трехмерная трассировка предсказывает гораздо более медленную скорость роста эмиттансов.

Результаты воздействия резонансов на размеры пучка, рассчитанного с помощью Lifetrac, показывают значительный рост поперечных эмиттансов при одновременном убывании продольного эмиттанса. Это позволяет предположить наличие связи поперечного и продольного движений. Вычисления времени роста поперечных эмиттансов по формуле (4) дают значения  $\tau_x = 130$  с,  $\tau_y = 150$  с,  $\tau_s = -130$  с, которые значительно мень-

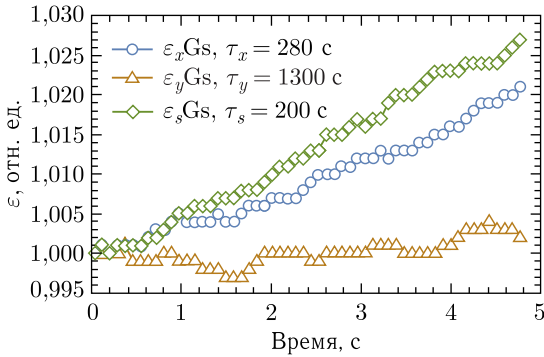


Рис. 10. Зависимость эмиттансов, нормализованных на начальное значение, от времени под действием ВПР, рассчитанная с помощью программы Lifetrac. Энергия ионов золота 1 ГэВ/нуклон

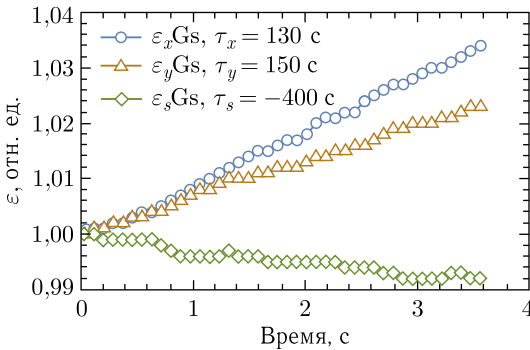


Рис. 11. Зависимость нормализованных на начальное значение эмиттансов от времени под действием ВПР и резонансов. Энергия ионов золота 1 ГэВ/нуклон

ше аналогичных величин в случае действия ВПР. Совместное влияние ВПР и пространственного заряда под действием резонансов приводит к следующим значениям характеристического времени роста эмиттансов:  $\tau_x = 100$  с,  $\tau_y = 150$  с,  $\tau_s = -400$  с (рис. 11). Таким образом, учет действия резонансов качественно меняет картину поведения эмиттансов.

Трехмерный расчет в Lifetrac для энергии ионов 3 ГэВ/нуклон показывает, что действие лишь одного ВПР приводит к росту продольного размера пучка с характеристическим временем  $\sim 460$  с, а поперечные эмиттансы растут намного медленнее (характеристическое время роста эмиттансов  $\sim 1600$  с). Включение в расчет действия пространственного заряда пучка приводит к тому, что рост эмиттансов в продольном направлении меняется на уменьшение, горизонтальный размер практически перестает увеличиваться, а вертикальный эмиттанс растет с характеристическим временем роста  $\sim 500$  с (рис. 12, а). Для энергии

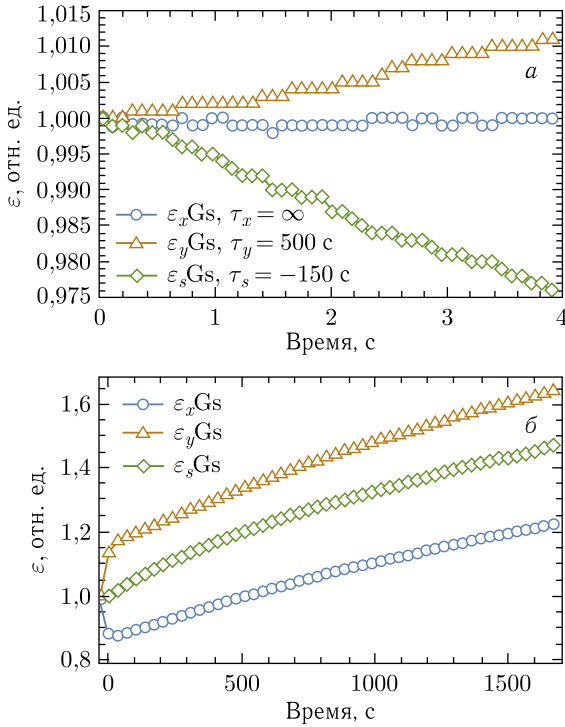


Рис. 12. Зависимости нормализованных на начальное значение эмиттансов от времени под действием ВПР и пространственного заряда для энергии ионов золота 3 ГэВ/нуклон (а) и под действием лишь ВПР для энергии ионов золота 4,5 ГэВ/нуклон (б), рассчитанные с использованием программы Lifetrac

ионов 4,5 ГэВ/нуклон расчет был проведен с учетом действия лишь ВПР (рис. 12, б). Полученное время ВПР для горизонтального, вертикального и продольного направлений равно соответственно 4000, 3000 и 2750 с. В табл.5 приведены для сравнения результаты, полученные с учетом различных подходов, для рассматриваемых значений энергии ионов.

Расчетные модели MathCad и MAD-X дают аналогичные результаты эволюции эмиттансов пучка во времени под действием ВПР. Анализ в этих программах не может учитывать эффекты от действия резонансов, поэтому соответствующие ячейки в табл.5 не заполнены. Данные, полученные с применением программы Lifetrac, не согласуются с другими кодами в оценках, особенно для вертикальной компоненты при низкой энергии ионов, и показывают значительно более медленный рост размеров пучка: практически двукратное различие между значениями времени роста во всех направлениях при максимальной энергии ионов пучка.

**Таблица 5. Времена роста эмиттансов под действием пространственного заряда и ВПР**

Инструментарий	Характеристическое время роста эмиттансов, с		
	Эффект ВПР	Влияние пространственного заряда	ВПР + пространственный заряд
1 ГэВ/нуклон			
MathCad и MAD-X	$\tau_x = \tau_y = \tau_s = 286$	—	—
Lifetrac	$\tau_x \approx 280, \tau_y \approx 13000, \tau_s \approx 200$	$\tau_x \approx 130, \tau_y \approx 150, \tau_s \approx -130$	$\tau_x \approx 100, \tau_y \approx 150, \tau_s \approx -400$
3 ГэВ/нуклон			
MathCad и MAD-X	$\tau_x = \tau_y = \tau_s = 770$	—	—
Lifetrac	$\tau_x \approx 1600, \tau_y \approx 1600, \tau_s \approx 480$	—	$\tau_x \approx \infty, \tau_y \approx 500, \tau_s \approx -150$
4,5 ГэВ/нуклон			
MathCad и MAD-X	$\tau_x = \tau_y = \tau_s = 2500$	—	—
Lifetrac	$\tau_x \approx 4000, \tau_y \approx 3000, \tau_s \approx 2750$	—	—

Тестирование и освоение программы Lifetrac, проведенное на структуре коллайдера без связи колебаний, показало существенную зависимость эволюции пучка во времени от нелинейностей системы. В то же время в структуре без нелинейностей и связи колебаний трехмерный расчет в Lifetrac дает результаты, отличные от данных MathCad и MAD-X в пределах 20%. В структуре кольца с соленоидами MPD и СЭО полученные результаты в значительной мере отличаются от линейных расчетов. Для выявления причины требуется дополнительный детальный анализ. Предварительно можно заключить, что трехмерный расчет показывает отличные от других подходов результаты благодаря более реалистичному учету закономерностей движения ионов в присутствии полной шестимерной связи колебаний.

### 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПУЧКА С ЭЛЕМЕНТАМИ КОЛЛАЙДЕРА NICA

Внутри вакуумной камеры пучок заряженных ионов возбуждает электромагнитные поля, взаимодействуя с окружающими его элементами (wake-поля). Индуцированные поля, в свою очередь, воздействуют на циркулирующий пучок и могут приводить к возбуждению неустой-

чивостей, которые разделяются на *продольные* (п. 3.1) и *поперечные* (п. 3.2) [35, 36]. Поля, наведенные головной частью движущегося сгруппированного пучка, резонансным образом воздействуют на ионы, находящиеся в хвостовой части пучка. Так как в пучке происходят синхротронные колебания, то частицы периодически меняются местами в продольном направлении и наведенные поля действуют на все частицы пучка. Такая неустойчивость носит название head-tail («голова-хвост») и может проявляться как в поперечном [37], так и в продольном [38, 39] направлениях. Причиной обоих видов неустойчивости является зависимость бетатронной и синхротронной частот от импульса иона, который меняется под действием wake-полей.

В результате совместного воздействия на частицу пространственного заряда пучка и синхротронных колебаний в продольном распределении ионов формируются регулярные уплотнения частиц (группировки), размеры которых значительно меньше длины сгустка частиц пучка. Продольная неустойчивость возникает вследствие того, что модуляция импульсного распределения ионов приводит к искажению их синхротронного движения. Механизм принципа автофазировки предусматривает устойчивость фазового движения лишь в первом порядке приращения энергии. Если учитывать второй порядок изменения энергии иона, то продольное фазовое пространство оказывается не точно симметричным относительно фазовой оси [40]. При проявлении неустойчивости head-tail это ведет к асимметричному смещению фазы в продольных колебаниях от «головы» пучка к «хвосту» и наоборот. Несмотря на то, что речь идет о втором порядке изменения энергии, существенный эффект достигается за счет большого значения продольной хроматичности, определяющей зависимость синхротронной фазы от энергии. Продольная модуляция плотности частиц ведет к образованию областей внутри пучка, представляющих собой осцилляторы с собственными частотами. Частотный спектр пучка и наведенных им полей содержит много комбинационных частот. Взаимодействие сгруппированного пучка с wake-полями приводит к увеличению импульсного разброса и длины сгустка.

Механизм возникновения поперечной неустойчивости основывается на том, что вследствие сильной неоднородности возникшего распределения плотности сгустка в продольном направлении в нем возникают продольные электрические поля, приводящие к модуляции продольных компонент импульса частиц сгустка. Во-первых, при наличии в системе хроматичности это приводит к трансформации импульсного разброса в разброс бетатронных частот. Изменение набега бетатронной фазы частицы за оборот ведет к смещению ее радиального положения. Во-вторых, продольная модуляция плотности сгустка создает высокочастотные поперечные поля, которые возбуждают (искажают) поперечное движение частиц сгустка. Именно в этом перераспределении горизонтальной плотности частиц и генерации поперечной высокочастотной компоненты

электрического поля сгустка проявляется поперечная неустойчивость head-tail.

В зависимости от того, короткоживущие или долгоживущие поля наводятся в окружающей структуре, продольные неустойчивости разделяются на *микроволновые* (поля, индуцированные сгустком, воздействуют на сам сгусток) и *многосгустковые* (поля, наведенные сгустком, влияют на сгустки, идущие следом). Последние имеют место в случае возбуждения долгоживущих электромагнитных полей на структуре с узкополосным импедансом. Основным механизмом здесь является взаимодействие пучка с паразитными высшими модами ускоряющих резонаторов и полостей вакуумной камеры.

Причиной следующего вида неустойчивостей может служить негативное воздействие на ионы электронов, которые образуются в вакуумной камере за счет ионизации остаточного газа, вторичной эмиссии из стенок камеры. Образовавшиеся электроны при определенных условиях ускоряются электрическим полем циркулирующего ионного пучка до энергии, при которой они способны выбивать вторичные электроны из стенок вакуумной камеры. Эти электроны, создающие в вакуумной камере так называемые *электронные облака* (п. 3.3), могут заметным образом взаимодействовать с ионами пучка, приводя к различного рода негативным эффектам, в том числе к возникновению неустойчивости head-tail [41].

**3.1. Продольные неустойчивости.** Взаимодействие иона, имеющего заряд  $q_1$ , с wake-полями, индуцированными зарядом  $q_2$ , который опережает первый ион на расстояние  $s$ , в предположении, что скорость зарядов близка к скорости света (данное допущение позволяет не рассматривать воздействие wake-поля, индуцированного зарядом, на сам заряд, а также не учитывать в этом пункте радиальные поля, которые будут описаны в п. 3.2), можно описать с помощью интеграла силы Лоренца, нормированного на заряд  $q_2$  [42]:

$$W_{||}(r_1, r_2, s) = -\frac{1}{q_2} \int_{-\infty}^{+\infty} E_s(r_1, r_2, s) ds. \quad (6)$$

Интеграл в (6) представляет собой wake-потенциал, который зависит от расстояния между частицами и радиального смещения зарядов  $r_1$  и  $r_2$ . Если требуется вычислить действие wake-полей на пучок частиц, продольное распределение плотности заряда которого описывается функцией  $\lambda(s)$ , то соответствующая wake-функция будет нормирована на  $\lambda(s)$ .

В уравнении (6) мы пренебрегли действием магнитного поля сгустка на ион, имеющий поперечную скорость, намного меньшую продольной.

В частотной области любой элемент кольцевого ускорителя может быть представлен в виде импеданса связи, который является частотной характеристикой wake-функции, вычисляемой как фурье-спектр



wake-потенциала:

$$Z_{||}(r_1, r_2, \omega, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_{||}(r_1, r_2, s) e^{-i\omega s} ds.$$

Вакуумная камера ускорителя определяет широкополосный импеданс, являющийся суммой импедансов отдельных структурных узлов. Значимой с точки зрения вклада в импеданс является величина горизонтальной апертуры элементов. В большинстве случаев импеданс частей камеры представляет собой индуктивность на низких частотах [43], поэтому для исследования влияния на ионы пучка удобно использовать нормализованный импеданс  $Z_{||} = Z_{||}/n$ , где  $n$  — отношение частоты моды колебания системы к частоте основной моды.

Импедансы связи могут быть рассчитаны как аналитически, так и численно с помощью программных кодов для вычисления электромагнитных полей. Аналитический подход применим лишь в случаях структурных элементов относительно простой геометрии. При использовании компьютерных программ для вычисления полей рассчитываются наведенные пучком потенциалы, из которых получают значения импедансов.

Для коллайдера NICA выполнены расчеты продольных импедансов для 10 групп основных элементов, встроенных в пучковую камеру:

- 1) мониторов положения пучка (Beam Position Monitor — BPM);
- 2) измерителей продольных характеристик пучка;
- 3) узлов коллимации пучка (рассеивателей (scrapers) и поглотителей (absorbers));
- 4) импульсных ударных магнитов инжекции (kickers);
- 5) импульсных отклоняющих септум-магнитов (septums);
- 6) широкополосных ударных магнитов системы обратной связи (kickers for feedback system);
- 7) резонаторов ускоряющих высокочастотных станций (RF cavities);
- 8) экранированных сильфонных соединительных узлов пучковой камеры (screened bellows);
- 9) патрубков и вакуумных соединений высоковольтной системы электронного охлаждения (high voltage electron cooling system);
- 10) вакуумных камер детекторов MPD и SPD.

Для расчета wake-потенциалов и зависимости импедансов от частоты используется коммерческий код CST Studio Suite [44]. Задачей расчетов является минимизация резонансных значений импедансов [45] каждого из перечисленных элементов, что достигается подбором экранов, подавляющих возбуждение ионным пучком высокочастотных электромагнитных полей (резонансов wake-потенциалов) (рис. 13 и 14). Их влияние на продольную устойчивость распущенного ионного пучка ядер золота  $^{197}\text{Au}^{79+}$  оценивалось с помощью формализма Кайла–Шнелля [45] для гауссова поперечного распределения плотности ионов, развитого в работе [46].

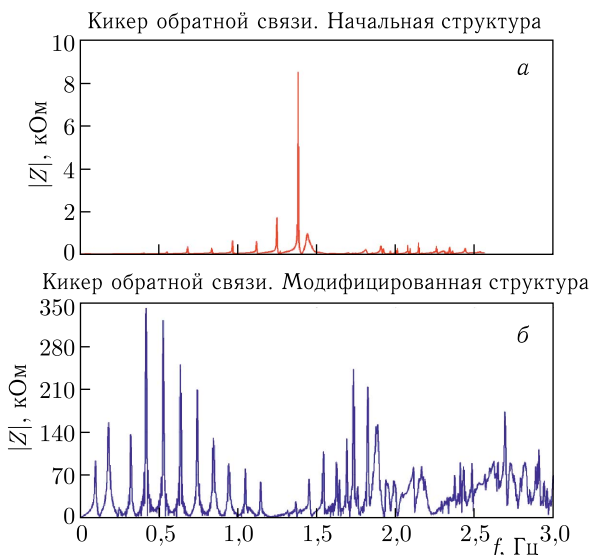


Рис. 13. Частотная зависимость продольного импеданса связи для базовой конфигурации кикера (а) и структуры, полученной в результате оптимизации (б). Масштабы по оси ординат на графиках не совпадают

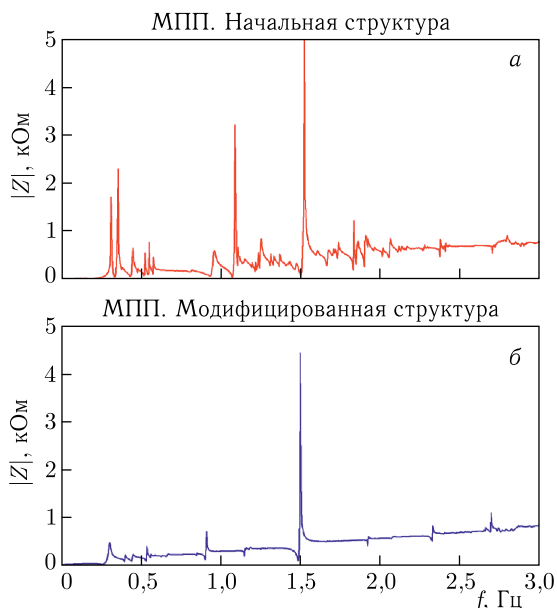


Рис. 14. Частотная зависимость продольного импеданса связи для базовой конфигурации датчика положения пучка (а) и структуры, полученной в результате оптимизации (б)

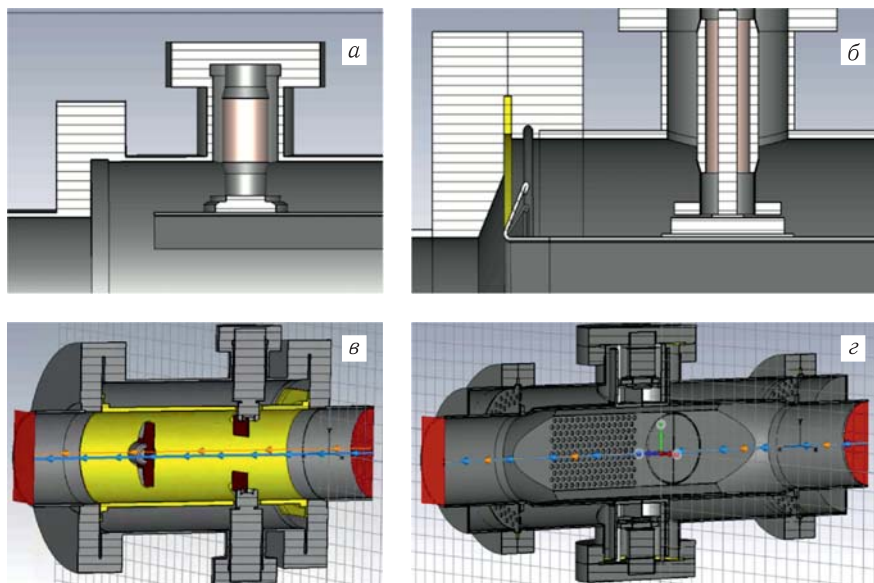


Рис. 15. Базовые (а, в) и предложенные для уменьшения продольного импеданса связи (б, г) конфигурации кикера системы обратной связи (б) и узла коллимации пучка (г)

Для монитора положения пучка снижение величины импеданса незначительно, однако большое количество этих устройств в каждом из колец коллайдера делает их вклад в суммарный импеданс связи определяющим. Предложенные модификации (рис. 15) — установка дополнительных экранов и изменение формы электродов — позволяют значительно снизить число резонансов и их максимальные значения и/или существенно повысить их частоту. Последнее заметно уменьшает значение нормализованного импеданса, который определяет устойчивость пучка.

Минимизация импедансов связи является обязательным требованием при проектировании всех современных ускорителей синхротронного типа. Анализ вычисленных импедансов позволяет проанализировать эффект от взаимодействия пучка с элементами коллайдера. Действительная (резистивная) и мнимая (реактивная) части импедансов аналогичны омическому и индуктивному сопротивлениям контура. Соответственно, они действуют на пучок по-разному. Характер этого воздействия зависит не только от интенсивности пучка, но и от размеров сгустков — отношения их протяженности к апертуре камеры. Если длина сгустка значительно превышает поперечные размеры камеры, то преобладает влияние индуктивной части импеданса связи и эффект от взаимодействия пучка с wake-полями выражается в основном в удлинении сгустка. Неравномерное перераспределение продольной плотности пучка при больших токах

может привести к появлению микроволновой неустойчивости. Результат данного взаимодействия может выражаться в резонансном увеличении длины сгустка. Вследствие большого количества мод колебаний подавление микроволновой неустойчивости с помощью системы обратной связи затруднительно, и очевидный путь в уменьшении негативного эффекта заключается в снижении значений импедансов связи. В случае сравнимых длин сгустка и апертуры камеры импеданс имеет в основном резистивный характер. В этом случае имеют место когерентные потери энергии частицами пучка, приводящие к когерентным искажениям орбит ионов.

Задача аналитического вычисления взаимодействия пучка с wake-полями отличается трудоемкостью и предполагает оперирование большим количеством параметров. Для коллайдера NICA область устойчивости в пространстве импедансов связи (рис. 16, сплошная линия), вычисленная аналитически, лишь частично покрывает разброс значений импедансов, полученных для базовой конфигурации (см. рис. 16, крестики). При аналогичном расчете для модифицированных элементов практически все точки на диаграмме попадают в область устойчивости (см. рис. 16, ромбы). Исключение составляет импеданс мониторов положения пучка (МПП), для которого пока не удалось найти оптимальное конструкторское решение для экранирования разреза измерительных электродов. Именно значения их импедансов приводят к выходу за границы области устойчивости.

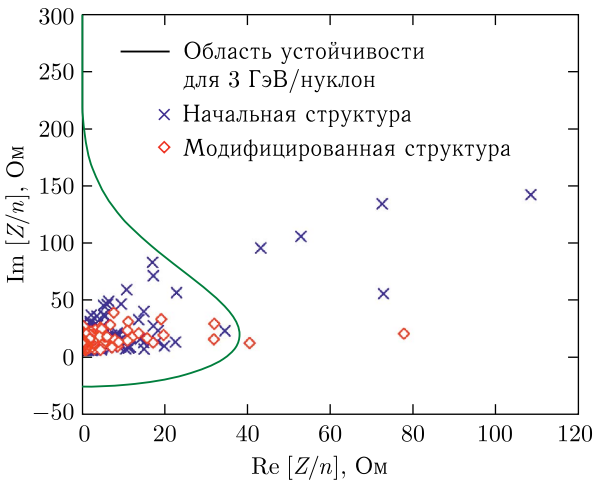


Рис. 16. Область устойчивого продольного движения частиц (сплошная линия) для энергии ионов 3 ГэВ/нуклон в сравнении с областями импедансов связи, вычисленных в трехмерных расчетах полей для начальных (крестики) и модифицированных (ромбы) элементов

Для оценки области устойчивости использовались следующие формулы [46]:

$$Z_s = 2\pi\eta\sigma_p^2 \frac{Am_p\beta^2\gamma}{ZI_b} \eta_b A_f(y),$$

$$A_f(y) = \left[ \frac{1,044i}{\sqrt{2\pi}} \int_{-5}^5 \frac{1}{x+y-i\delta_x} \left[ \frac{x}{w_c^2} + \frac{6x^5}{(2,4w_c)^6} \right] \times \right. \\ \left. \times \exp \left( \frac{x^2}{2w_c^2} - \left( \frac{x}{2,4w_c} \right)^6 \right) \right]^{-1} dx.$$

Здесь  $\eta_b = 22 \cdot 4\sigma_s/C$  — доля периметра кольца  $C$ , занятая ионным пучком, состоящим из 22 сгустков,  $\sigma_s$  — продольная среднеквадратичная длина сгустка,  $w_c$  — параметр, отвечающий за аппроксимацию распределения гауссовой функцией,  $\sigma_p$  — импульсный разброс,  $\eta$  — слип-фактор, вычисляемый через коэффициент расширения орбит  $\alpha$  как  $\eta = \alpha - 1/\gamma$ ,  $\delta_x$  — радиус обхода полюса при вычислении интеграла от комплексной функции. Функция  $A_f(y)$  — безразмерный импеданс на границе устойчивости, определяемый из уравнения Власова для продольного движения, переменная  $y$  характеризует изменение частоты обращения  $y = \partial\omega/(\omega_0 n \eta)$ ,  $n$  — отношение частоты моды колебания системы к частоте основной моды.

Анализ неустойчивостей сгруппированного пучка в коллайдере находится в процессе завершения. Также планируется дальнейшая работа по расчету импедансов связи для других структурных элементов коллайдера с использованием различных по продольному распределению частиц моделей пучка.

Отдельное исследование планируется посвятить детальному изучению узкополосных импедансов от вклада высших мод высокочастотных резонаторов [47]. Поля, возбужденные при взаимодействии сгустка ионов с высшей модой резонатора, являются долгоживущими и возбуждают колебания в сгустках, идущих следом, что вызывает многосгустковую неустойчивость. При этом может быть возбуждена любая мода в диапазоне  $(0; N_b - 1)$ , где  $N_b$  — количество сгустков, циркулирующих в кольце. Исследование данного вида неустойчивости может быть проведено как аналитически, так и с помощью трассировки частиц. В общем случае резонансное возбуждение  $n$ -й моды колебаний происходит при совпадении высшей моды резонатора с частотой спектра пучка, определяемой как

$$\omega = (pN_b + n + mQ_s)\omega_0.$$

Здесь  $Q_s$  — частота синхротронных колебаний,  $\omega_0$  — частота обращения ионов,  $m$  — когерентная мода колебаний  $(1, 2, \dots)$ ,  $p$  — целое число. Ширину спектра сгруппированного пучка, имеющего гауссово распреде-

ление, можно оценить как [48]

$$F(\omega) = \sqrt{2\pi} \Delta\tau\omega_b \sum_{k=0}^{\infty} \exp\left(\frac{-\omega^2\Delta\tau^2}{2}\right) \delta(\omega - k\omega_b),$$

где  $\Delta\tau$  — полная протяженность сгустка во времени;  $\omega_b$  — частота следования сгустков (для коллайдера NICA частота обращения, умноженная на 66-ю гармонику с захватом одного из трех сгустков, т.е. с учетом 22 сгустков в кольце);  $\delta$  — дельта-функция.

Возбуждение моды резонатора может произойти, если ширина спектра пучка будет покрывать диапазон частот резонатора, которые, в принципе, могут быть возбуждены в данной структуре. Спектральный анализ сгруппированного пучка со сгустками полной среднеквадратичной протяженностью 1,2 м для коллайдера NICA дает область покрытия до 250 МГц (рис. 17).

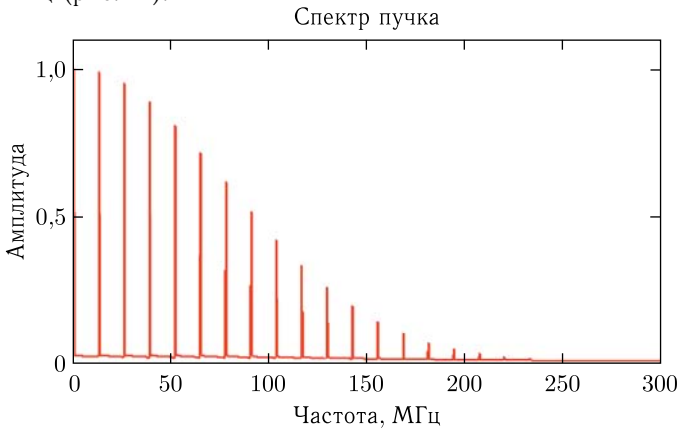


Рис. 17. Фурье-спектр сгруппированного пучка ионов золота с энергией 4,5 ГэВ/нуклон в коллайдере NICA

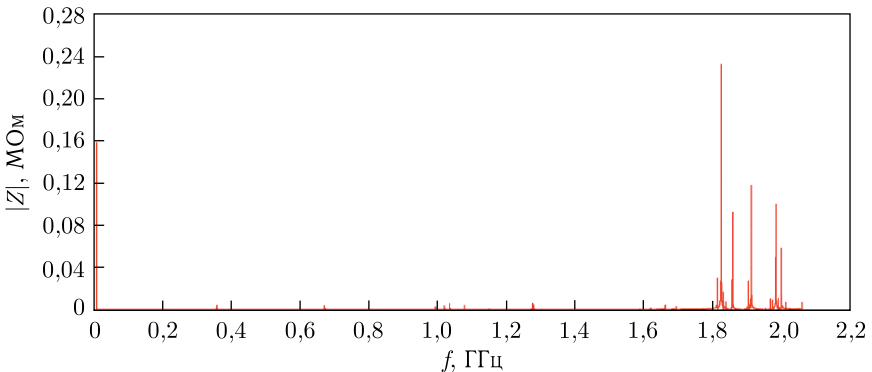


Рис. 18. Частотная зависимость импеданса ускоряющей системы ВЧ2

Расчет импедансов ускоряющих систем коллайдера NICA показывает, что благодаря оптимальной структуре резонаторов в системах не возбуждаются высшие моды вплоть до частот в области гигагерц (рис. 18). Поэтому при работе с проектными длинами сгустков коллайдера, спектр которых не достигает столь высоких частот, нет оснований предполагать опасности высших мод ускоряющих резонаторов.

**3.2. Поперечные неустойчивости.** Вычисление полей, наведенных пучком в поперечном направлении, аналогично продольному, с той лишь разницей, что нормировка ведется не только на заряд, но и на поперечное смещение заряда:

$$W_{\perp}(r_1, r_2, s) = -\frac{1}{q_2 r_2} \int_{-\infty}^{+\infty} [\mathbf{E}(r_1, r_2, s) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}]_{\perp} ds.$$

Соответствующий импеданс связи вычисляется как

$$Z_{\perp}(r_1, r_2, \omega, s) = i \int_{-\infty}^{+\infty} W_{\perp}(r_1, r_2, s) e^{-i\omega s} ds. \quad (7)$$

Взаимодействие пучка с широкополосным поперечным импедансом (7) может привести к развитию неустойчивости head-tail вследствие приращения поперечного импульса частиц. Основными эффектами воздействия на пучок являются когерентные и некогерентные сдвиги частот бетатронных колебаний.

Резистивная часть импеданса связи приводит к затуханию или неустойчивости когерентных бетатронных колебаний с инкрементом, который приблизительно можно оценить как [35, 49]

$$\tau_{\pm}^{-1} = \mp \frac{I_b q c \xi}{2\pi E \alpha Q} Z_{\perp}(1),$$

где  $I_b$  — ток пучка;  $E$  — средняя энергия ионов в пучке;  $\xi$  — хроматизм;  $\alpha$  — коэффициент расширения орбит;  $Q$  — бетатронная частота;  $Z_{\perp}(1)$  — поперечный импеданс на низшей частоте;  $c$  — скорость света. Знак «+» характеризует время нарастания когерентных колебаний пучка, «-» отвечает за время развития некогерентных неустойчивостей и увеличение размера пучка. Тот или иной результат определяется знаком отношения  $\xi/\alpha$ , и только в случае равенства этого отношения нулю имеет место устойчивое движение.

Реактивный вклад импеданса приводит к смещению частоты бетатронных колебаний [50]:

$$\Delta Q = \frac{Z}{8\pi^2 A} \frac{e I_b C}{m c^2 \gamma \beta^2} \frac{Z_{\perp}}{Q}, \quad \frac{Z_{\perp}}{Q} = \frac{2\pi}{C} \int_C \beta Z_{\perp} ds,$$

где  $I_b$  — ток пучка;  $Z$ ,  $A$  и  $m$  — заряд, атомный номер и масса иона;  $\beta$ ,  $\gamma$  — лоренц-факторы;  $C$  — периметр ускорителя.

В некоторых случаях смещение частот под действием данного эффекта может приводить к потере затухания Ландау [36]. Исследования поперечных неустойчивостей в коллайдере NICA находятся в начальной стадии и завершены лишь для несгруппированного пучка, но обнадеживает тот факт, что предусмотрены развитые инструменты по коррекции хроматизма, а величины кубической нелинейности в кольце незначительны. Получена нижняя оценка суммарного поперечного импеданса в кольце (ниже 1 МОм/м), ограничивающего область устойчивости пучка. Продолжение работы предусматривает реалистичный расчет импедансов связи с применением трехмерных электромагнитных вычислений для сгруппированного пучка, построение теории устойчивости которого предполагает дополнительные сложности.

**3.3. Эффект электронных облаков.** Пучок ионов, движущийся в вакуумной камере, становится причиной генерации электронов, появляющихся в результате различных эффектов, основными из которых являются эмиссия и фотоэмиссия из внутренних стенок камеры, а также ионизация остаточного газа. Данные электроны, носящие название первичных, имеют низкую энергию (единицы и десятки электронвольт) и, достигая стенок камеры, гибнут, не вызывая рождения вторичных электронов. Но если протяженность сгустка ионов достаточна велика, то первичные электроны, образовавшиеся в результате прохождения головных ионов сгустка, могут быть ускорены ионами, находящимися в хвосте распределения. Первичные электроны, произведенные в результате прохождения сгустка ионов, также могут быть ускорены следом идущим сгустком. Достигая энергии несколько сотен электронвольт, электроны при соударении с внутренними стенками вакуумной камеры способны рождать вторичные электроны. Отношение количества вторичных электронов к количеству первичных характеризуется коэффициентом вторичной электрон-электронной эмиссии (ВЭЭЭ). Если выход вторичных электронов превышает единицу, то в процессе циркуляции ионов вакуумная камера заполняется электронами, получившими название *электронных облаков* [51, 52].

Взаимодействие циркулирующих ионов с электронами может приводить к различным негативным эффектам. Основные из них сводятся к когерентному смещению частот бетатронных колебаний, увеличению разброса бетатронных частот в пучке вследствие некогерентных сдвигов бетатронных частот ионов и росту эмиттансов пучка. Возможно также ухудшение вакуума и влияние на качество диагностики пучка из-за появления паразитных сигналов. При значительном количестве электронов могут быть заметны потери энергии ионов циркулирующего пучка. В сверхпроводящих ускорителях актуальна также проблема нагрева вакуумной камеры за счет бомбардировки электронами, ускоренными



полем ионного пучка, что может привести к переходу обмоток в резистивное состояние вследствие их нагрева. Эффекты, влияющие на динамику ионного пучка, с достаточной точностью могут быть смоделированы численно, если есть начальная информация о том, сколько вторичных электронов может быть рождено при взаимодействии первичного электрона со стенками камеры конкретного ускорителя.

Плотность электронного облака возрастает по мере прохождения новых сгустков, достигая некоторой величины, при которой рост количества электронов прекращается, что связано с тем, что образовавшиеся электроны экранируют стенки камеры, ограничивая количество вновь рождаемых электронов. Темп нарастания и конечное количество электронов определяются не только свойствами внутренних стенок вакуумной камеры и количеством ионов в сгустках, но и, очевидно, комбинацией значений размеров камеры, сгустков и расстояния между сгустками. Последнее является наиболее важным: вариация расстояния между сгустками ключевым образом влияет на конечный эффект, производимый на пучок. Данная зависимость экспериментально исследована на нескольких ускорительных установках [53, 54], и можно видеть, что исследуемый эффект индивидуален для каждого конкретного случая. Оценки могут быть получены с помощью проведения численных расчетов трассировки ионов. Применительно к коллайдеру NICA такие расчеты проводились [55, 56], и было установлено, что электронные облака могут оказывать значительное влияние на движение ионов в коллайдере. Однако эти расчеты были сделаны для предыдущей магнитооптической структуры коллайдера и отличных режимов работы с пучком, которые сейчас не рассматриваются. С учетом определяющей зависимости распределения электронной плотности в камере и результата взаимодействия

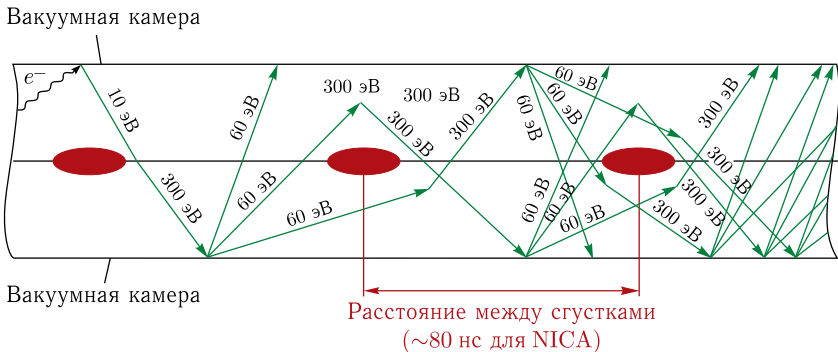


Рис. 19. Схематическое представление процесса образования вторичных электронов под действием ускорения полем цепочки сгустков ионов. Размеры вакуумной камеры, сгустков ионов, расстояния между ними произвольные

электронов с ионами от структуры ионного пучка и энергии ионов, а также структуры колец коллайдера требуется очередной пересмотр имеющихся оценок, который частично начат [57].

В проектной структуре коллайдера NICA ( $\pm 2\sigma_s$ ) протяженность сгустка ионов относительно мала (8–9 нс), а расстояние между центрами соседних сгустков составляет  $\sim 23$  м. Сгустки отстают друг от друга на  $\sim 77$ –87 нс. За это время пробег электрона с энергией порядка 10 эВ составляет около 0,15 м, так что он не успевает достичь стенок вакуумной камеры и может быть ускорен следующим сгустком ионов (рис. 19). Поэтому исследование именно такого режима ускорения электронов представляет наибольший интерес.

Методы подавления негативного эффекта электронных облаков заключаются либо в изменении свойств внутренней поверхности вакуумной камеры с целью уменьшения ВЭЭЭ, либо в использовании внешних

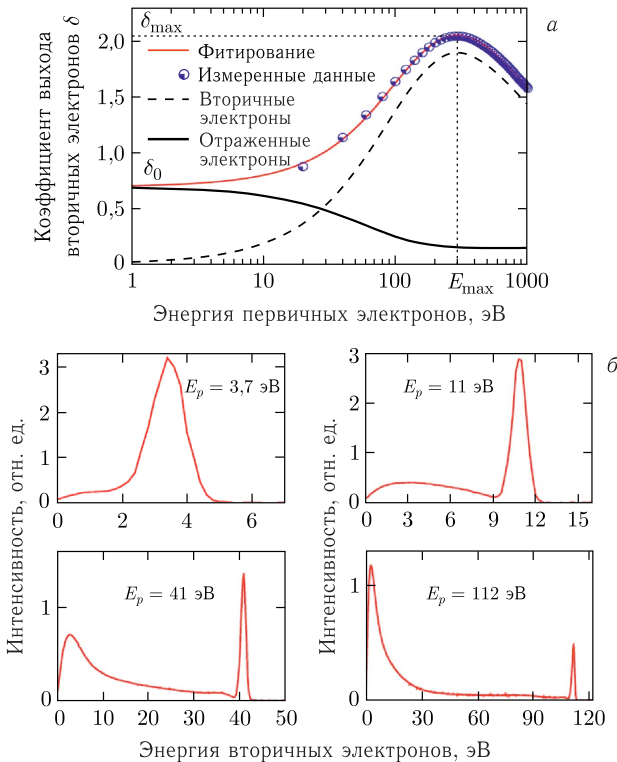


Рис. 20. Зависимость коэффициента выхода вторичных электронов от энергии падающих первичных электронов (а) и измеренные функции распределения вторичных электронов по энергиям для разных энергий падения под прямым углом на поверхность первичных электронов  $E_p$  [52] (б)

электрических и магнитных полей для отклонения электронов в поперечных направлениях. Вакуумная камера коллайдера NICA изготовлена из нержавеющей стали, для которой коэффициент вторичной эмиссии электронов превышает единицу [58]. От энергии первичных электронов зависит не только количество вторичных электронов, но и их энергия (рис. 20).

Полученные оценки для структуры коллайдера не выявили значительной опасности в эффекте электронных облаков, так как расстояние между соседними сгустками такое, что большая часть вторичных электронов успевает достичь стенок камеры. Также интенсивность каждого сгустка недостаточна для того, чтобы увеличить скорости электронов до значительных энергий, обладая которыми они могли бы произвести много вторичных электронов. Однако для детального решения задачи следует учесть большое количество факторов. Поведение электронов в вакуумной камере зависит от внешних полей (дипольных, квадрупольных, соленоидальных). Коэффициент выхода вторичных электронов зависит от свойств и температуры материала камеры и от ее геометрической структуры. Давление остаточного газа также может играть значительную роль. Эффект взаимодействия ионов с электронами усиливается при определенных размерах ионного пучка. Детальные расчеты динамики пучка могут помочь выявить новые закономерности и позволить рассмотреть возможные методы подавления негативных эффектов, если таковые будут обнаружены.

#### **4. ЭЛЕКТРОННОЕ ОХЛАЖДЕНИЕ ПУЧКА ИОНОВ**

В процессе работы коллайдера предполагается использование двух независимых систем охлаждения пучка: электронного [59] и стохастического [60]. На низкой энергии ионов наиболее эффективным методом является использование электронного охлаждения. Стохастическое охлаждение для принятых параметров коллайдера NICA обладает рядом значительных преимуществ при энергии выше 3 ГэВ/нуклон [60, 61].

Несмотря на то, что метод электронного охлаждения имеет 50-летнюю историю, теория взаимодействия ионного и электронного пучков до сих пор развивается и совершенствуется, что инициируется стремлением достичь лучшего согласования расчетных результатов с экспериментальными. Расчеты применительно к коллайдеру NICA производились неоднократно [62–64] и показали необходимость и эффективность применения разработанной системы охлаждения. Тем не менее имеющиеся различия в значениях времени охлаждения, полученных разными авторами, и предложения новых подходов к оценке сил трения электронного и ионного пучков заставляют очередной раз детально проанализировать динамику пучка в коллайдере NICA с использованием электронного охлаждения. Появляющиеся программы трехмерной трассировки частиц довольно успешно позволяют моделировать процесс охлаждения. Маг-

нитооптическая структура коллайдера, претерпевшая за последние годы существенные изменения и дополнения, потребовала коррекции твисс-функций, что привело к корректировке расчетных значений времени охлаждения.

Сила трения между ионным и электронным пучками зависит от многих факторов, основными из которых являются ток, энергия и температура частиц обоих пучков, а также величина продольного (соленоидально) магнитного поля в секции охлаждения. Из физических соображений ясно, что сила трения достигает своего максимального значения при равенстве средних значений скоростей частиц ионного и электронного пучков, что аналогично смеси двух газов — горячего (ионы) и холодного (электроны). Частицы этой смеси движутся вдоль секции охлаждения, обмениваясь своими «температурами» в электрон-ионных столкновениях. Ионы теряют энергию («охлаждаются»), а электроны приобретают («нагреваются»). Систему отсчета, связанную с ионами и электронами, движущимися с одинаковой средней скоростью, принято называть *системой частиц*. На выходе секции охлаждения ионы покидают своих партнеров-электронов, чтобы, совершив оборот в кольце, снова встретиться на входе в секцию с новыми холодными электронами, поступающими из электронного ускорителя («пушки»).

Существуют различные подходы к оценке силы трения, дающие отличные друг от друга результаты. Наиболее известна и широко используется полуэмпирическая *формула Пархомчука* [65–67] (здесь и далее формулы представлены в гауссовой системе единиц):

$$F_{\alpha} = \frac{4\eta n_e (Zr_e c)^2 m c^2}{[V^2 + \Delta_{\parallel}^2 + \Delta_{e,\text{eff}}^2]^{3/2}} V_{\alpha} L_c, \quad (8)$$

где  $Z$  — заряд иона в единицах заряда электрона;  $r_e$  — классический радиус электрона;  $m$  — масса электрона;  $\eta$  — отношение длины секции охлаждения к периметру коллайдера;  $V_{\alpha}$  — компонента скорости иона в системе частиц;  $V = \sqrt{\sum_{\alpha} V_{\alpha}^2}$ ,  $\alpha = x, y, s$  — модуль скорости иона;

$\Delta_{e,\text{eff}} \sim \theta_B \Delta_{\perp}$  — эффективное значение разброса скоростей электронов в системе частиц с учетом неоднородности магнитного поля соленоида на участке охлаждения,  $\theta_B = \Delta B/B$  (угол силовой линии с осью соленоида);  $\Delta_{\parallel}$ ,  $\Delta_{\perp}$  — средние значения разбросов продольной и поперечной компонент скорости электронов в системе частиц;  $c$  — скорость света. Плотность электронного пучка  $n_e$  для распределения цилиндрической формы может быть вычислена в системе частиц как

$$n_e = \frac{I_e}{e\gamma\beta\pi a^2}, \quad (9)$$

где  $I_e$  — ток электронного пучка в лабораторной системе;  $a$  — радиус поперечного сечения цилиндрического электронного пучка;  $\beta, \gamma$  — лоренц-факторы иона.

Кулоновский логарифм  $L_c$  зависит от трех прицельных параметров:

$$L_c = \ln \left( 1 + \frac{\rho_{\max}}{\rho_L + \rho_{\min}} \right), \quad (10)$$

где  $\rho_{\min} = Ze^2 / (m|\mathbf{V} - \mathbf{v}_e|^2)$  — минимальное расстояние сближения свободно сталкивающихся иона и электрона;  $\rho_{\max}$  — максимальное значение прицельного параметра, выбор которого определен ниже (формула (12)),  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{v}_e$  — полные скорости иона и электрона в системе частиц;  $\rho_L = m\Delta_{\perp}c / (eB)$  — *поперечный ларморовский радиус* вращения электрона,  $\Delta_{\perp}$  — поперечная компонента скорости электрона в системе частиц. Формула (8) получена в результате анализа экспериментальных данных и их согласования с теоретическими выражениями, описывающими взаимодействие электронов и охлаждаемых ионов. Подгонка к результатам измерений привела к утрате различия между силами трения, действующими в продольном и поперечном направлениях.

В традиционной конструкции СЭО [68] электроны ускоряются в статическом электрическом поле, а пучок формируется в однородном продольном магнитном поле, сопровождающем электроны от их источника (катода электронной пушки) до приемника (коллектора). Разброс по продольным компонентам скорости ускоренных электронов в системе частиц намного меньше, чем разброс по поперечным. Это так называемое *сплющенное распределение* электронов по скорости и энергии в системе частиц [69], которое для продольной и поперечной компонент температуры электронов  $T_{\parallel}$  и  $T_{\perp}$  имеет вид

$$T_{\parallel} = \frac{T_{\text{cath}}^2}{\beta^2 \gamma^2 m c^2} + e^2 n_e^{1/3}, \quad T_{\perp} = T_{\text{cath}} + \frac{p_{\perp}^2}{2m}, \quad p_{\perp} = \beta \gamma m c \theta_B, \quad (11)$$

где  $T_{\text{cath}}$  — температура катода электронной пушки;  $p_{\perp}$  — поперечная компонента импульса электронов;  $n_e$  — плотность аксиально-симметричного электронного пучка, постоянная по его объему на участке охлаждения. В системе частиц эта плотность вычисляется по формуле (9).

Для СЭО коллайдера NICA при кинетической энергии ионов 4,5 ГэВ/нуклон (энергии электронов 2,45 МэВ) и токе электронов 1 А из формул (9), (11) находим  $n_e = 1,1 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$ ,  $T_{\parallel} = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ эВ}$  и  $T_{\perp} = 0,11 \text{ эВ}$ . В такой СЭО мы имеем дело с электронами, «холодными» по продольному направлению.

Не меньшую пользу приносит продольное магнитное поле СЭО. Прежде всего оно формирует электронный пучок в пушке, обеспечивая адиабатическое пересечение электронами анодной линзы, — известная проблема для диодных электронных пушек [70].

Не менее важна возможность использования магнитного поля для транспортировки электронов по соленоидам СЭО без искажения их траекторий при пересечении стыков секций соленоидов, где неизбежны участки неоднородного поля. Избежать влияния таких участков можно, применяя так называемую резонансную оптику, предложенную еще в годы разработки первой СЭО [65], — настройку напряженности магнитного поля на величину, обеспечивающую условие

$$L_{\text{joint}} = (2n + 1)\pi\rho_{\parallel},$$

где  $L_{\text{joint}}$  — расстояние между двумя стыками соленоидов;  $n$  — целое число;  $\rho_{\parallel} = \beta\gamma mc^2/(eB)$  — ларморовский радиус электрона, рассчитанный по его полной кинетической энергии в лабораторной системе.

Роль продольного магнитного поля не ограничивается этими двумя эффектами. Главное его действие проявляется в столкновениях электрона с ионом, когда электрон не смещается поперек силовой линии поля, продолжая вращаться вокруг нее. Это свойство электронов, движущихся в магнитном поле, называется *замагниченностью*.

Обе особенности СЭО — сплюснутость распределения электронов по скорости (энергии) и их замагниченность — определяют ее высокую эффективность в широком диапазоне энергии охлаждаемых частиц.

Альтернативный подход [71] к оценке влияния однопролетного электронного пучка на ионы, циркулирующие в синхротроне, базируется на более строгом выводе уравнений, основанных на описании законов взаимодействия заряженных частиц без введения эмпирических коэффициентов для получения соответствия аналитических оценок экспериментальным данным. Главным отличием данного подхода является то, что не только проводятся вычисления для сил, действующих в продольном и поперечном направлениях, но и вводится разделение на «свободные» и «замагниченные» взаимодействия электронов со свободными ионами. Результирующая сила, действующая на ионы, равна сумме сил «свободных» и «замагниченных» столкновений электронов с ионами.

Область значений прицельного параметра для *свободных столкновений* ограничена неравенствами (см. детали в [71])

$$\rho_{\min} \leq \rho < \rho_{\text{crit}}, \quad \rho_{\text{crit}} = \left( \frac{Zr_e c^2}{\omega_L^2} \right)^{1/3}, \quad \omega_L = \frac{eB}{mc}, \quad \rho_{\min} = \frac{Ze^2}{mU^2}.$$

Прицельный параметр  $\rho_{\text{crit}}$  является верхней границей свободных столкновений и нижней границей замагниченных, где сила Лоренца, действующая на электрон в магнитном поле  $B$ ,

$$\mathbf{F}_B = \frac{e[\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}]}{c}$$

сравнивается с кулоновской силой ядра иона  $\mathbf{F}_Z = Ze^2\mathbf{r}_{\perp}/r_e^3$ . Здесь  $\omega_L$  — ларморовская частота электрона в магнитном поле  $B$ .

Верхняя граница *замагниченных столкновений* описывается выражением

$$\rho_{\max} = \min \{(R_D)_{\text{magn}}, R_Z, R_{\text{flight}}, a\}_{U=U_{\text{magn}}}, \quad (12)$$

где  $(R_D)_{\text{magn}} = U_{\text{magn}}/\omega_{\text{pl}}$  — дебаевский радиус замагниченной электронной плазмы,  $\omega_{\text{pl}}$  — частота колебаний,  $U_{\text{magn}} = |\mathbf{V} - \mathbf{v}_c|$ ,  $\mathbf{v}_c$  — скорость центра «ларморовского кружка» в системе частиц;  $R_Z = (3Z/4n_e)^{1/3}$  — радиус сферы, в которой содержится  $Z$  электронов («радиус нейтрализации»);  $R_{\text{flight}} = U_{\text{magn}}\tau_{\text{flight}}$ , где  $\tau_{\text{flight}} = L_{\text{cool}}/\gamma\beta c$  — время пролета частиц через секцию охлаждения  $L_{\text{cool}}$ , индекс  $\text{magn}$  означает замену параметра  $U$  на  $U_{\text{magn}} = |\mathbf{V} - \mathbf{v}_c|$ . При сплюсненном распределении среднее значение продольной скорости электронов составляет  $\langle v_c \rangle = \sqrt{2T_{\parallel}/m} \ll V$ . В результате дебаевский радиус практически не зависит от скорости электронов, т. е.  $(R_D)_{\text{magn}} = V/\omega_{\text{pl}}$  и «ларморовский кружок» движется в «чистом» поле иона.

Таким образом, область замагниченных столкновений ограничена параметрами  $\rho_{\text{crit}}$  и  $\rho_{\max}$ :

$$\rho_{\text{crit}} \leq \rho \leq \rho_{\max}.$$

Кулоновские логарифмы также вычисляются независимо для свободных и замагниченных взаимодействий:

$$L_{\text{free}} = \ln \left( \frac{\rho_{\text{crit}}}{\rho_{\text{min}}} \right), \quad L_{\text{magn}} = \ln \left( \frac{\rho_{\text{magn}}}{\rho_{\text{crit}}} \right).$$

Равенство нижней ( $\rho_{\text{crit}}$ ) и верхней ( $\rho_{\text{magn}}$ ) границ замагниченных столкновений достигается при минимальном значении магнитного поля СЭО, когда область замагниченных столкновений исчезает:

$$B_{\text{min}} = \sqrt{\frac{Ze^2}{\rho_{\text{magn}}^3 r_e}}.$$

В приведенном выше примере для ионов золота в коллайдере NICA при длине участка охлаждения 6 м и радиусе электронного пучка  $a = 5$  мм значение  $B_{\text{min}} \approx 7$  Гс определяется параметром  $R_Z = 0,1$  мм. Такая величина магнитного поля подтверждает возможность применения замагниченного электронного охлаждения в широком диапазоне параметров.

Расчеты сил трения с помощью двух описанных подходов показывают значительное различие в их величинах (рис. 21), которое объясняется не только значениями кулоновских логарифмов, но и формой зависимости силы трения от скорости ионов [69].

Анализ результатов аналитических вычислений также показывает значительные различия. Формула (8) хорошо известна и часто используется для оценок, но она получена путем согласования с результатами измерений на установках, в которых взаимодействующими частицами были нерелятивистские протоны и электроны, а коллайдер NICA строится для

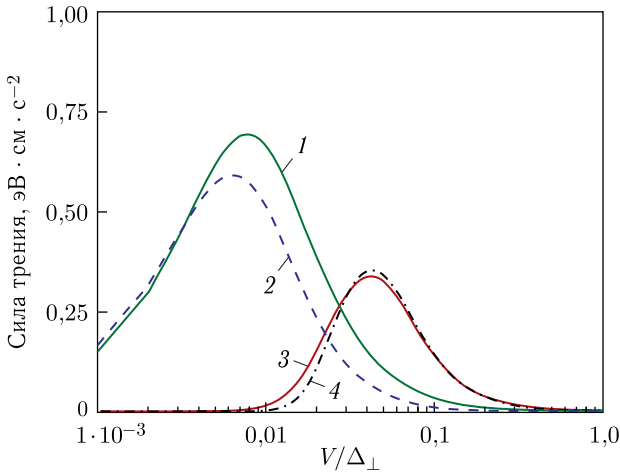


Рис. 21. Величина силы трения в зависимости от скорости ионов: 1 — вычисления по формуле Пархомчука (8) при  $\rho_{\max} = \rho_{\text{flight}}$ ; 2 — то же при  $\rho_{\max} = \rho_{\text{Debye}}$ ; 3 — вычисления по формулам работы [71] для поперечной компоненты силы трения при  $\rho_{\max} = R_Z$ , формула (12); 4 — то же, но для продольной компоненты силы трения

изучения физики в столкновениях релятивистских ионов золота, что требует критического подхода к анализу используемых методов оценки эффектов электронного охлаждения тяжелых ионов в области релятивистских энергий. Кроме того, кривая 1 получена при выборе формулы (8) автором [68] с использованием в качестве  $\rho_{\max}$  параметра  $R_{\text{flight}}$ , на что не дано физического обоснования. Использование  $\rho_{\max} = R_Z$  (13) приводит к заметному уменьшению силы трения (кривая 2). Кривые 3, 4 — результаты расчетов по формулам работы [71] при  $\rho_{\max} \equiv \rho_{\text{magn}} = R_Z$ .

Сравнение экспериментальных данных, полученных на бустере NICA при электронном охлаждении ионов железа  $^{56}\text{Fe}^{14+}$ , дает качественное согласие [72] с результатами расчетов, выполненных по формулам [71].

Программа трассировки Lifetrac также была использована для вычисления движения частиц с включением в анализ электронного охлаждения. Несмотря на то, что в алгоритмах кода используется аналитическая формула (8), влияние электронного охлаждения учитывается в процессе реального трехмерного движения ионов. Расчеты, произведенные для энергии ионов золота 1 ГэВ/нуклон с учетом влияния ВПР и пространственного заряда, показывают, что наименьшее влияние электронное охлаждение оказывает на горизонтальный эмиттанс ионного пучка, рост которого удается подавить при использовании электронного охлаждения с током пучка 20 мА. Вертикальный и продольный размеры пучка при этом начинают уменьшаться (рис. 22).



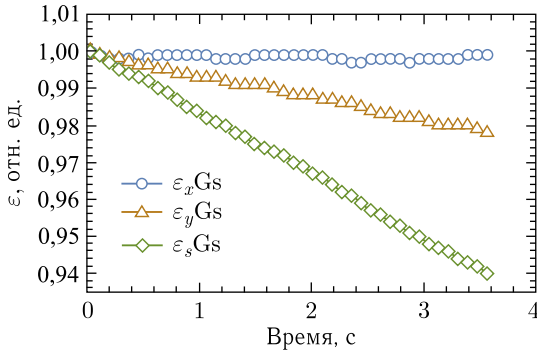


Рис. 22. Зависимость эмиттансов, нормализованных на начальное значение, от времени под действием ВПР, пространственного заряда ионного пучка с проектным количеством ионов в сгустке  $0,28 \cdot 10^9$  и системы электронного охлаждения с током электронного пучка 20 мА. Энергия ионов золота 1 ГэВ/нуклон

Результаты расчета, представленного на рис. 22, получены трехмерной трассировкой ионов золота  $^{197}\text{Au}^{79+}$  с помощью кода Lifetrac с включением в анализ действия ВПР и бетатронных и синхробетатронных резонансов, а влияние СЭО сводилось к действию силы охлаждения, вычисленной по формуле Пархомчука.

Детальное изучение воздействия прямопролетного электронного пучка на циркулирующие ионы возможно осуществить также с использованием трехмерной трассировки частиц и методов частиц-в-ячейках [73]. Если транспортировать пучки лишь через зону, занимаемую СЭО, то в первом приближении можно использовать несимплектические методы интегрирования уравнений движения, например, Рунге–Кутта. Машинное время, требуемое для проведения таких расчетов, в этом случае также значительно сокращается. В трассировке пучков через весь коллайдер нет необходимости, так как нас интересует только эффект системы электронного охлаждения. Часть установки за вычетом СЭО представляется в виде линейной матрицы перехода.

Алгоритм численных расчетов следующий. Пучки ионов и электронов генерируются на входе в СЭО и многократно транспортируются через длину секции охлаждения, возвращаясь в начало каждый раз по достижению выходного края. При этом электронный пучок на входе для каждой итерации заменяется новым, «холодным», который соответствует пучку, выходящему из СЭО. Фазовые координаты ионов пучка по достижению конечной точки участка СЭО преобразуются умножением на матрицу перехода оставшейся части кольца. Так как цель состоит лишь в получении оценки эффекта охлаждения, то возможен расчет без использования матрицы перехода кольца. В этом случае пучок ионов изначально генерируется с угловым разбросом в поперечных направлениях, близким к нулю (имитируется ситуация охлажденного пучка). Проходя

секцию охлаждения, такой пучок без учета действия сил пространственного заряда не меняет свои поперечные размеры, т. е. любые изменения его размера в последующих расчетах происходят лишь за счет действия собственного электромагнитного поля и поля электронного пучка. По возвращении такого пучка на очередной итерации в начало секции его поперечные скорости вновь зануляются, а поперечные размеры пучка соответствуют полученным на выходе секции СЭО на предыдущей итерации.

Следуя обозначенным подходам, подготовлен тестовый модуль расчетной программы, базирующийся на программе трехмерной трассировки SNOP [74]. Проводятся предварительные расчеты, целью которых является проверка разработанных методов и выявление их ограничений и масштабов численных ошибок расчетов в сравнении с масштабами проявления исследуемых эффектов.

Расхождение в результатах, полученных при нескольких подходах вычисления силы трения электронного охлаждения, указывает на необходимость дальнейшего развития этого метода.

## 5. ОПТИМИЗАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ АПЕРТУРЫ

Для изучения и оптимизации динамической апертуры в коллайдере NICA на протяжении всей реализации проекта значительная часть времени отведена численным расчетам. Исследования показывают, что периодически вносимые несущественные модификации магнитооптической структуры кольца могут оказывать заметное влияние на величину динамической апертуры.

Система коррекции динамической апертуры состоит из трех семейств окупольных обмоток в составе мультипольных корректоров, расположенных в северном и южном прямолинейных промежутках. Одной из задач проведения расчетов является исследование границ применимости имеющейся системы коррекции. Цикл оптимизационных расчетов динамики пучка в коллайдере направлен на максимально детальное описание и учет краевых полей оптических элементов, которые в данном диапазоне энергии и интенсивности пучка оказывают более значительное влияние, чем при высоких энергиях. Кроме того, цель, поставленная для проекта, не достигнутая в полной мере в расчетах, состоит в обеспечении величины динамической апертуры, сопоставимой с двумя геометрическими аксептансами [75].

Помимо того, что анализ продолжает проводиться с использованием MAD-X, начаты численные расчеты с применением трехмерной трассировки в пакете Lifetrac. Сравнение первых полученных результатов показывает, что наблюдается общая согласованность получаемых данных. Программа позволяет вычислять область устойчивости и анализировать ее с учетом влияния резонансов с помощью наглядного метода FMA.

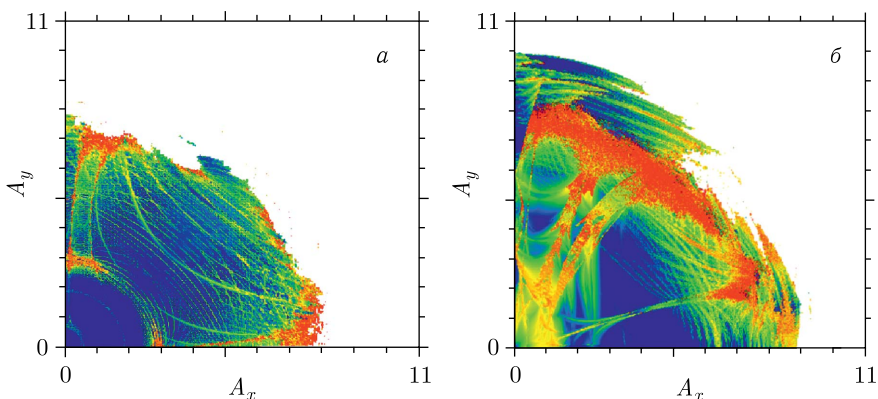


Рис. 23 (цветной в электронной версии). Область устойчивости, рассчитанная с помощью трехмерной трассировки для ионов золота с энергией 1 ГэВ/нуклон (а) и 4,5 ГэВ/нуклон (б). Цвет отображает относительную величину хаотичности (логарифмического изменения значения амплитуд за оборот) движения ионов

Последние оптимизационные расчеты, направленные на коррекцию динамической апертуры с помощью системы октуполей, показали, что возможно достижение величины области динамической устойчивости, равной 10–11 среднеквадратичным отклонениям (рис. 23) в системе, не включающей искажения магнитных полей элементов [7]. Также исследуются степени влияния различных областей кольца на пучок, например проводится сравнительная оценка эффекта краевых полей на входе и выходе из оптических элементов. Планируется проведение повторных расчетов для режима циркуляции пучка с рабочей точкой 9,10, которая рассматривалась ранее как альтернативная частота 9,44 для некоторых режимов работы коллайдера. Исследования данного режима ранее проводились без учета имеющихся в настоящее время деталей магнитооптической структуры.

Значительным источником возмущений являются ошибки магнитных полей структурных элементов коллайдера, информация о которых появляется в результате проводимых магнитных измерений. Внесение в расчеты данных об измеренных ошибках полей дипольных магнитов коллайдера, появившихся недавно, показывает, что динамическая апертура уменьшается на 20–25 % в основном из-за сжатия области устойчивости в вертикальном направлении и доходит до границ геометрического аксептанса ускорителя (рис. 24).

Негативное влияние краевых полей линз финального фокуса, эффект которого значителен, может быть скомпенсировано с помощью системы корректирующих октуполей, что подтверждено полученными оценками, но трехмерные расчеты находятся в незавершенной стадии. Для коррекции негативного влияния краевых полей линз финального фокуса

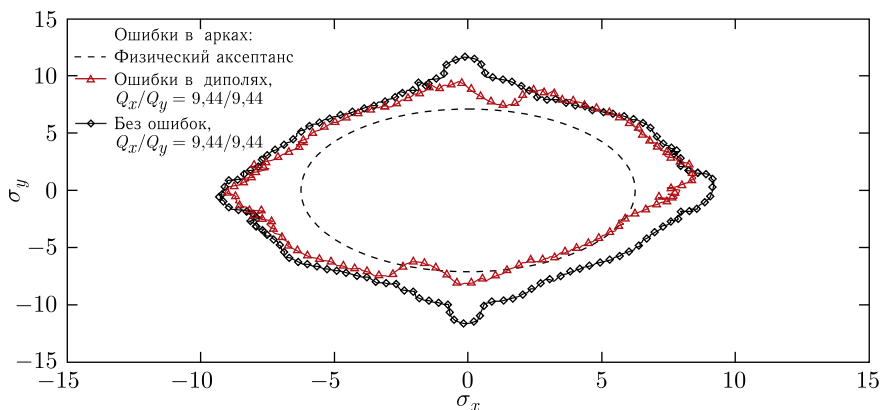


Рис. 24. Область устойчивости, рассчитанная с помощью MAD-X для ионов золота с энергией 4,5 ГэВ/нуклон без учета искажений магнитных полей элементов (линии с ромбами) и с учетом искажений полей дипольных магнитов, полученных в результате измерений (линии с треугольниками). Геометрический аксептанс показан штриховой линией

используется поле декакапольных обмоток мультипольных корректирующих магнитов.

## 6. СВЕРХВЫСОКИЙ ВАКУУМ

Помимо рассмотренных выше задач менее актуальным, но, возможно, не менее значимым остается ряд других вопросов. Один из них — взаимодействие пучка ионов с остаточным газом в вакуумной камере коллайдера, где проектная величина давления составляет  $(1-3) \cdot 10^{-11}$  Торр. При наличии большого количества элементов структуры, способных снизить качество вакуума вплоть до  $10^{-9}$  Торр, проектная величина тем не менее представляется достижимой, что можно утверждать на основании существующего опыта, в том числе по запуску бустера NICA [76].

## 7. ГЕОДЕЗИЯ

Следующим эффектом, подтвержденным ранее при измерениях на нуклотроне и синхрофазотроне ОИЯИ [77, 78], является смещение элементов структуры коллайдера под действием колебаний грунта. Измеренные смещения магнита синхрофазотрона имели заметные величины (рис. 25), которые, в частности, в 3–8 раз превышают величину допуска на юстировку структурных элементов в коллайдере NICA [7].

Задача исследования возможных пространственных колебаний фундамента коллайдера NICA решается численными методами [79] с использованием методов конечных элементов в различных модификациях.

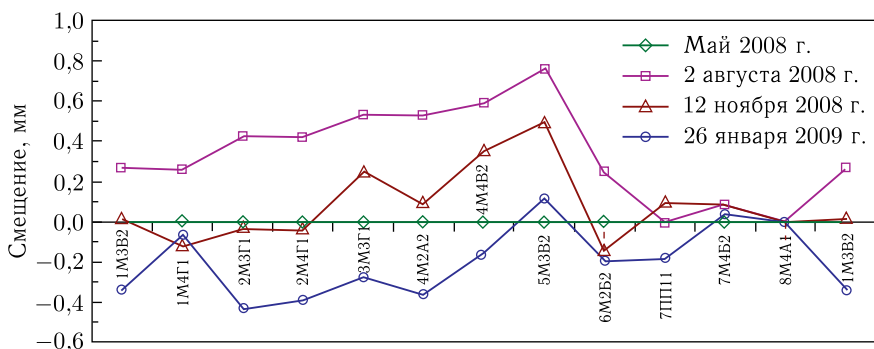


Рис. 25. Изменение положений точек основания нуклотрона по высоте относительно точки основания 8М4А1 с мая 2008 г. по январь 2009 г.

Входными параметрами являются пространственные модели всех основных зданий и элементов комплекса, а также сведения о составе грунта, на котором возведены конструкции. Данные для построения детальной геологической модели грунтового основания берутся в том числе из результатов проведенных геодезических изысканий.

Измерения сезонных колебаний реперных точек геодезической сети корпуса № 1, проведенные в 2020 г., показывают, что радиальные смещения опорной сети бустера находятся в диапазоне  $(-0,4; +1,5)$  мм и распределены по периметру кольца существенно неравномерно. Вертикальные колебания достигают  $\pm 0,9$  мм.

Если исходить из предположения, что смещения элементов коллайдера будут иметь значительные величины, то можно рассматривать два основных варианта. В первом, который не находит подтверждения в проведенных измерениях на нуклотроне, синхрофазотроне и бустере, все структурные элементы будут смещаться в одном направлении и на сравнимую величину. В этом случае относительное положение элементов колец коллайдера, видимо, не будет заметно нарушено и влияние смещений на пучок может проявиться лишь при инжекции и/или сбросе пучка и согласовании ускорителей комплекса между собой. Второй, более пессимистичный, сценарий заключается в смещении частей кольца коллайдера относительно друг друга. Если такое смещение вдоль периметра кольца будет периодическим, то коррекция магнитного поля может иметь довольно заметные особенности, которые не рассматривались при изучении допусков на позиционирование элементов и не учитываются при расстановке магнитооптических элементов по результатам магнитных измерений. Проявления этих вариантов предстоит изучить после монтажа магнитной системы коллайдера во время ее эксплуатации.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Большинство задач, описанных в работе, решались ранее, и были получены оценки различного уровня. Но обеспечение высоких требований к характеристикам пучка заставило вернуться к анализу ряда аспектов динамики пучка с использованием более детальных подходов. Численные программы трехмерной трассировки частиц, появившиеся в распоряжении разработчиков проекта NICA, были использованы для расчета движения ионов. С помощью данных кодов проведено детальное изучение влияния ВПР и пространственного заряда на характеристики пучка. Первые результаты, полученные недавно, находятся в согласии с более ранними оценками, но также показывают некоторое отличие для ряда характеристик пучка. В частности, требуется продолжить детальный анализ расчетных данных, направленный на выявление реальных физических закономерностей в движении частиц и отсеивании систематических ошибок обработки результатов численного моделирования.

Анализ результатов расчета времени роста эмиттансов под действием сил ВПР, проведенный в работах [60, 62, 80–82], с применением аналитических методов, программы BETACOOOL [67] и пакета MAD-X показывает неплохое согласие данных (рис. 26). Результаты расчета поперечных эмиттансов пучка, полученные в данной работе с помощью проведения трехмерной трассировки пучка в программе Lifetrac с учетом действия ВПР (но без влияния пространственного заряда), частично выпадают из диапазона результатов, полученных в предыдущих работах (см. табл. 3). Значения времени ВПР для ионов с энергией 3,0–4,5 ГэВ/нуклон в 1,5–2,0 раза больше расчетных данных MAD-X. Для энергии ионов

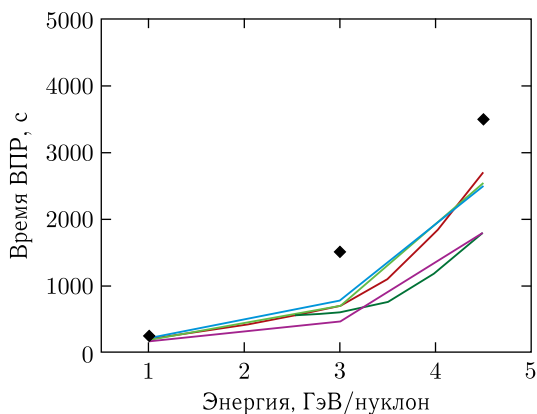


Рис. 26 (цветной в электронной версии). Результаты расчетов времени роста поперечных эмиттансов для ионов золота под действием ВПР. Данные взяты из [60, 62, 80–82]. Расчеты, полученные в данной работе с помощью трехмерной трассировки в программе Lifetrac, показаны черными ромбами

1 ГэВ/нуклон эмиттансы пучка в вертикальном направлении практически не растут. Это дает информацию о возможных новых проявлениях физических явлений в динамике пучка в поперечном направлении в коллайдере NICA и требует тщательного анализа полученных результатов. В продольном направлении различие времени роста ВПР менее значительное и составляет 10–40% по сравнению с результатами, полученными в MAD-X. Проведенное исследование показывает, что отключение краевых полей элементов и дополнительная линейризация структуры приводят к уменьшению разницы между временем ВПР, полученным в расчете с помощью трехмерной трассировки в программе Lifetrac, и вычисленным в MAD-X до 10–20%.

Действие пространственного заряда (смещение частот бетатронных колебаний в область действия нелинейных резонансов, см. рис. 5) особенно заметно проявляется при низкой энергии ионов, что приводит к значительному изменению характеристических времен роста эмиттансов (при энергии ионов 1 ГэВ/нуклон включение в расчет пространственного заряда приводит к смене значений с  $\tau_x \approx 280$  с,  $\tau_y \approx 13000$  с,  $\tau_s \approx 200$  с на  $\tau_x \approx 100$  с,  $\tau_y \approx 150$  с,  $\tau_s \approx -400$  с).

Основным требованием проекта NICA при работе с ионами золота является обеспечение светимости пучка до  $1 \cdot 10^{27} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ . Количество ионов в сгустках, для которого проводятся все исследования динамики пучка, соответствует номинальной светимости. Трехмерные расчеты с учетом нелинейностей электромагнитных полей и действия бетатронных резонансов подтверждают, что при таких интенсивностях сдвиги бетатронных частот в режиме работы с энергией ионов 1–3 ГэВ/нуклон не выходят за рамки проектных (см. рис. 5 и табл. 2). Эффект от действия резонансов, которые пересекаются вследствие сдвига бетатронных частот, по величине более сильный, чем эффект от действия ВПР. Для энергии ионов 1 ГэВ/нуклон величина темпов роста поперечных эмиттансов пучка в результате совместного воздействия нелинейных резонансов и ВПР в 2 раза превышает значения, которые получены с учетом действия одного ВПР.

Система электронного охлаждения, как показывают ранее полученные оценки, способна компенсировать рост эмиттансов под действием пространственного заряда и ВПР. Данные выводы сделаны на основании сравнения значений времени роста эмиттансов под действием собственного поля пучка и характеристического времени охлаждения пучка. Это подтверждается проведенными расчетами с помощью трехмерной трассировки пучков в программе Lifetrac на протяжении короткого времени циркуляции. При действии СЭО эмиттансы ионного пучка по трем направлениям эволюционируют со значительной разницей, поэтому конечное состояние пучка после длительного времени охлаждения предсказать сложно. Для получения наиболее реалистичных оценок целесообразно проведение численного анализа трассировки частиц с учетом всех эффектов и на протяжении длительного времени циркуляции пучка.

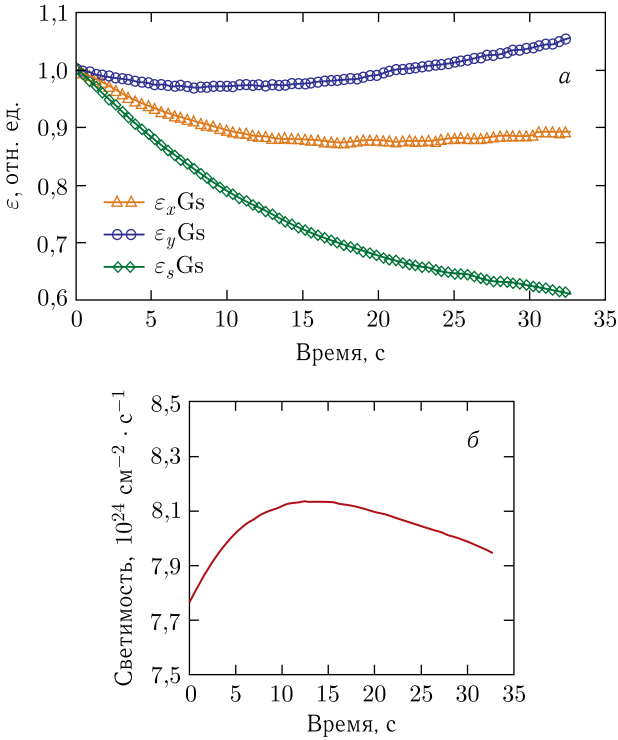


Рис. 27. Зависимости от времени эмиттансов, нормализованных на начальное значение, под действием ВПР, пространственного заряда пучка и системы электронного охлаждения с током электронного пучка 30 мА (а) и светимости (б), полученные с помощью трехмерной трассировки с использованием программы Lifetrac. Энергия ионов золота 1 ГэВ/нуклон

Такая задача частично решена для режима циркуляции ионов золота с энергией 1 ГэВ/нуклон (рис. 27). Результаты расчетов показывают, что электронное охлаждение с током электронного пучка 30 мА приводит к уменьшению размеров пучка во всех направлениях на начальных секундах циркуляции. После 10 с горизонтальный эмиттанс пучка вновь начинает возрастать, что объясняется увеличением влияния ВПР при уменьшении эмиттансов пучка. Светимость на этом отрезке времени выходит на плато, прекращая рост, который до этого момента достигался за счет уменьшения размеров пучка.

Предварительные оценки влияния электронных облаков показывают, что в режиме работы с циркуляцией 22 сгустков среднеквадратичной протяженностью 1,2 м ( $\sigma_s = 0,6$  м) нарастания плотности вторичных электронов в вакуумной камере не ожидается. Однако любое отличие условий в реальном ускорителе от расчетных (например, зависимости



коэффициента выхода вторичных электронов) может привести к росту плотности электронов в камере по мере циркуляции пучка. В условиях работы на границе допустимых сдвигов частот требуется, вообще говоря, детальный перерасчет эффекта электронных облаков с привлечением экспериментальных значений коэффициента вторичной эмиссии электронов для материалов вакуумной камеры и элементов коллайдера (такие исследования ведутся [83]).

Результаты исследований, представленные в работе, полученные аналитическими и численными методами, охватывают спектр основных динамических явлений, ожидаемых в различных режимах работы коллайдера NICA. Однако для получения целостной картины движения частиц, которая максимально приближенно описывает реальный ионный коллайдер, необходимо проводить комплексные исследования динамики пучка с одновременным учетом всех основных эффектов. Рассмотренные в работе результаты и представленный обзор работ являются предварительными шагами в направлении проведения достаточно полного анализа движения ионов в коллайдере NICA. Использование пакетов трехмерной трассировки частиц не отменяет, однако, необходимости применения аналитических вычислений, а также матричных программ и кодов, работающих в линейном приближении. Такие подходы в полной мере оправданы и позволяют относительно быстро оценивать и выполнять верификацию математических моделей (при этом результаты качественно совпадают с данными расчетов с помощью трехмерной трассировки). Проведение полностью трехмерных расчетов нецелесообразно без предварительно полученных оценок в линейных приближениях, которые определяющим образом способствуют пониманию общей картины и вычленению закономерностей движения и зависимостей между поведением пучка и физическими явлениями движения частиц.

Выбор параметров начального пучка ионов золота  $^{197}\text{Au}^{79+}$ , инжектируемого в коллайдер NICA, основан на следующих критериях. Количество ионов в сгустках при энергиях ионов до 3 ГэВ/нуклон определяется максимально допустимым сдвигом бетатронных частот. При более высокой энергии ионов интенсивность пучка такова, что обеспечивается проектная величина светимости. Значения поперечных эмиттансов пучка выбираются исходя из требования обеспечения их роста под действием ВПР с одинаковой скоростью, что дает возможность их равномерного охлаждения. Результаты проведенных численных расчетов показали их полное соответствие аналитическим оценкам суммарного сдвига бетатронных частот. Вычисления зависимости эмиттансов пучка от времени, проведенные с помощью трехмерной трассировки с использованием программы Lifetrac, показывают неравномерность роста размеров пучка по трем направлениям. Использование СЭО не позволяет в этом случае сдерживать рост эмиттансов по всем трем направлениям одновременно, что в итоге приводит к уменьшению светимости через 15–20 с. Разработанные методы расчетов и доступное программное обеспечение могут

быть использованы для определения начальных значений поперечных эмиттансов, удовлетворяющих требованию равномерного роста под действием ВПП.

Помимо изучения динамики пучка ионов золота планируется также проведение анализа движения других типов частиц, таких как протоны и ионы висмута.

Авторы выражают благодарность В. А. Лебедеву за детальное изложение теории неустойчивостей ионного пучка в коллайдере, В. В. Пархомчуку за обсуждение проблем метода электронного охлаждения и Д. Н. Шатилову за предоставление программы Lifetrac и многократные детальные обсуждения методов и процедур ее использования. Большая часть результатов, описанных в работе, получена лишь благодаря проведению параллельных вычислений на гетерогенном вычислительном комплексе «Говорун» (ЛИТ ОИЯИ), что позволило на порядки сократить требуемое расчетное время.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kekelidze V., Kovalenko A., Lednicky R., Matveev V., Meshkov I., Sorin A., Trubnikov G.* Status of NICA // Eur. Phys. J. Web Conf. 2018. V. 182. P. 02063.
2. *Butenko A. et al.* First Experiments with Accelerated Ion Beams in the Booster of NICA Accelerator Complex // Proc. of IPAC'21. 2021.
3. *Butenko A., Kostromin S., Meshkov I., Sidorin A., Syresin E., Khodzhbagiyani H., Trubnikov G.* The NICA Complex Injection Facility // Proc. of RUPAC'21, Alushta, Crimea, Russia, 2021.
4. <http://madx.web.cern.ch/madx/>
5. *Shatilov D.* Beam-Beam Simulations at Large Amplitudes and Lifetime Determination // Part. Accel. 1996. V. 52. P. 65-93.
6. <https://www.mathcad.com>
7. *Kostromin S. A., Kozlov O. S., Tuzikov A. V., Philippov A. V.* Optimization of the Optical Structure of the NICA Collider // Phys. Part. Nucl. Lett. 2020. V. 17, No. 4. P. 447-452.
8. *Altsybeyev V. V., Butenko A. V., Emelianenko V. N., Kazinova O., Kozynchenko V. A., Kostromin S. A., Mikhaylov V. A., Ovsyannikov D. A., Tuzikov A. V., Khodzhbagiyani H. G.* Simulation of Closed Orbit Correction for the Nuclotron Booster // Phys. Part. Nucl. Lett. 2018. V. 15, No. 7. P. 854-857.
9. *Chung Y., Decker G., Evans K.* Closed Orbit Correction Using Singular Value Decomposition of the Response Matrix // Proc. of Intern. Conf. on Part. Accel. 1993; 10.1109/PAC.1993.309289.
10. *Kozlov O., Butenko A., Kostromin S., Meshkov I., Sidorin A., Syresin E.* Correction of the Magnetic Field in the NICA Collider // Proc. of RuPAC2018, Protvino, Russia, 2008.
11. *Autin B., Marti Y.* Closed Orbit Correction of Alternating Gradient Machines Using a Small Number of Magnets. CERN ISR-MA/73-17. 1973.
12. [http://nucloweb.jinr.ru/nica/TDR/TDR\\_2020/Passport\\_Collider\(eng\).doc](http://nucloweb.jinr.ru/nica/TDR/TDR_2020/Passport_Collider(eng).doc)

13. *Zolotykh D. A. et al.* Serial Magnetic Measurements of the NICA Collider Twin-Aperture Dipoles. The Main Results // Proc. of RuPAC'21, Alushta, Russia, Sept.–Oct. 2021. P. 383–385.
14. *Forest E., Schmidt F., McIntosh E.* Introduction to the Polymorphic Tracking Code. CERN-SL-2002-044 (AP).
15. *Lascar J.* The Chaotic Motion of the Solar System: A Numerical Estimate of the Size of the Chaotic Zones // *Icarus*. 1990. V. 88. P. 266.
16. *Hwang K., Mitchell Ch., Ryne R.* Rapidly Converging Chaos Indicator for Studying Dynamic Aperture in a Storage Ring with Space Charge // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2020. V. 23. P. 084601.
17. *Shatilov D. et al.* Application of Frequency Map Analysis to Beam–Beam Effects Study in Crab Waist Collision Scheme // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. 2011. V. 14. P. 014001.
18. *Alekseev N., Bolshakov A., Mustafin E., Zenkevich P.* Numerical Code for Monte-Carlo Simulation of Ion Storage in Space Charge Dominated Beam Physics for Heavy Ion Fusion // *AIP Conf. Proc.* 1999. V. 480. P. 31–41.
19. *Piwinski A.* The Touschek Effect in Strong Focusing Storage Rings. DESY 98-179. 1998.
20. <http://hlit.jinr.ru>
21. *Shandov M. M., Borisov V. V., Butenko A. V., Kazinova O., Khodzhbagiyan H. G., Kostromin S. A., Kozlov O. S., Mikhaylov V. A., Parfylo T., Philippov A. V., Syresin E. M., Tuzikov A. V.* Correctors Magnets for the NICA Booster and Collider // *Phys. Part. Nucl. Lett.* 2020. V. 17, No. 4. P. 535–538.
22. *Левичев Е. Б.* Лекции по нелинейной динамике частиц в циклическом ускорителе. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2009.
23. *Мешков И. Н.* Светимость ионного коллайдера // ЭЧАЯ. 2019. Т. 50, вып. 6. С. 776–811.
24. *Bjorken J. D., Mtingwa S. K.* Intrabeam Scattering // *Part. Accel.* 1983. V. 13. P. 115–143.
25. *Piwinski A.* // Proc. of the 9th Intern. Conf. on High Energy Accel. 1974. P. 405;  
*Martini M.* CERN PS/84-9. 1984;  
*Piwinski A.* CERN 87-03. 1987. 402 p.;  
*Piwinski A.* CERN 92-01. 1992. 226 p.
26. *Borchardt I., Karantzoulis E., Mais H., Ripken G.* Calculation of Beam Envelopes in Storage Rings and Transport Systems in the Presence of Transverse Space Charge Effects and Coupling. DESY 87-161. Hamburg: DESY, 1987.
27. *Willeke F., Ripken G.* Methods of Beam Optics // Proc. of US Part. Accel. School, 1987, 1988; AIP Conf. Proc. New York, 1989. P. 184.
28. *Lebedev V., Bogacz S.* // *J. Instrum.* 2010. V. 5. P. 10010.
29. *Lebedev V., Shiltsev V.* Accelerator Physics at the Tevatron Collider. Springer Science+Business Media, 2014.
30. *Conte M., Martini M.* Intrabeam Scattering in the CERN Antiproton Accumulator // *Part. Accel.* 1985. V. 17. P. 1–10.
31. *Martini M.* Intrabeam Scattering // CAS 2015 Intensity Limitations in Particle Beams. 2015.

32. *Mtingwa S. K., Tollestrup A. V.* Intrabeam Scattering Formulae for Asymptotic Beams with Unequal Horizontal and Vertical Emittances. FERMILAB-PUB-89/224. 1987.
33. *Шатилов Д. Н.* Внутренние отчеты по договору с ОИЯИ. 2019, 2020.
34. *Ripken G., Willeke F.* Methods of Beam Optics. DESY 88-114. 1988.
35. *Смалюк В. В.* Обзор коллективных неустойчивостей пучка в электрон-позитронных накопителях // ЭЧАЯ. 2012. Т. 43, вып. 2. С. 401–450.
36. *Métral E. et al.* Beam Instabilities in Hadron Synchrotrons // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2016. V. 63, No. 2. P. 1001–1050.
37. *Smaluk V., Bassi G., Blednykh A., Khan A.* Combined Effect of Chromaticity and Feedback on Transverse Head-Tail Instability // Phys. Rev. Accel. Beams. 2021. V. 24. P. 054401.
38. *Sacherer F. J.* Transverse Bunched Beam Instabilities — Theory // 9th Intern. Conf. on High-Energy Accelerators, SLAC, Stanford, CA, USA, May 2–7, 1974. P. 347–351.
39. *Bo Chen, Chao A. W.* Longitudinal Head-Tail Instability in a Non-Harmonic Potential Well // Part. Accel. 1993. V. 43, No. 1–2. P. 77–91.
40. *Boussard D., Linnecar T.* Longitudinal Head-Tail Instability in the CERN-SPS Collider // Proc. of the 2nd Eur. Part. Accel. Conf., Nice, France, June 12–16, 1990. P. 1560–1562.
41. *Ohmi K., Zimmermann F., Perevedentsev E.* Wake-Field and Fast Head-Tail Instability Caused by an Electron Cloud // Phys. Rev. E. 2001. V. 65. P. 016502.
42. *Zotter B. W., Kheifets S. A.* Impedances and Wakes in High-Energy Particle Accelerators. Singapore: World Sci. Publ., 1998.
43. *Смалюк В. В.* Диагностика пучка в ускорителях заряженных частиц. Новосибирск: НГУ, 2008.
44. <https://www.3ds.com>
45. *Keil E., Schnell W.* Concerning Longitudinal Instability in the ISR. CERN ISR-TH-RF 69/48. Geneva, 1969.
46. *Lebedev V.* Longitudinal Stability in NICA: Impedances, Bunched and Unbunched Beams. NICA Internal Meeting. JINR, 2021.
47. *Marhauser F.* Higher Order Modes (HOMs) // US Particle Accelerator School, Newport News, VA, USA, Jan. 19–30, 2015.
48. *Zhang S. Y., Weng W. T.* Spectrum Analysis in Beam Diagnostics. BNL-48907 UC-414 AGS/AD/93-5 INFORMAL. 1993.
49. *Chao A. W.* Physics of Collective Beam Instabilities in High Energy Accelerators. Wiley, 1993.
50. *Lebedev V.* Transverse Stability of Continuous Beam in NICA. NICA Internal Meeting. JINR, 2021.
51. *Iadarola G., Rumolo G.* Electron Cloud Effects // Proc. of ICFA Mini-Workshop on Impedances and Beam Instabilities in Particle Accelerators, Benevento, Italy, Sept. 18–22, 2018. P. 49–56.
52. *Ariz U. I.* Electron Clouds in the Relativistic Heavy Ion Collider. PhD Thesis. Barcelona, 2005.
53. *Fischer W., Blaskiewicz M., Brennan J., Huang H., Hseuh H.-C., Ptitsyn V., Roser T., Thieberger P., Trbojevic D., Wei J., Zhang S. Y., Iriso U.* Electron Cloud Observations and Cures in the Relativistic Heavy Ion Collider // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2008. V. 11, No. 4. P. 041002.

54. *Fukuta H.* Electron Cloud Observations and Predictions at KEKB, PEP-II and SuperB Factories // Proc. of ELOUD'12: Joint INFN-CERN-EuCARDAccNet Workshop on Electron-Cloud Effects, La Biodola, Isola d'Elba, Italy, 2012.
55. *Филиппов А. В., Мончинский В. А., Кузнецов А. Б.* Оценка эффекта электронных облаков для коллайдера NICA // Письма в ЭЧАЯ. 2010. Т. 7, № 7(163). С. 788–792.
56. *Philippov A. V., Kuznetsov A. B., Meshkov I. N.* Electron-Cloudless Operation Mode of the NICA Collider // Phys. Part. Nucl. Lett. 2011. V. 8, No. 10. P. 87–90.
57. *Мешков И. Н., Филиппов А. В.* Влияние пучков ионов на вакуумные условия в коллайдере NICA // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15, № 7. С. 749–754.
58. *Grobner O.* Beam Induced Multipacting // Proc. of PAC'97. 1997. P. 3589–3591.
59. *Bryzgunov M. I. et al.* Status of the High-Voltage Electron-Cooling System of the NICA Collider // Phys. Part. Nucl. Lett. 2020. V. 17, No. 4. P. 425–428.
60. *Gorelyshev I. V., Sidorin A. O., Trubnikov G. V.* Stochastic Cooling in the Startup and Project Configurations of the NICA Collider Equipment // Phys. Part. Nucl. Lett. 2018. V. 15, No. 7. P. 762–766.
61. *Сидорин А. О., Трубников Г. В., Шурхно Н. А.* Моделирование процесса стохастического охлаждения с помощью уравнения Фоккера–Планка. Расчет конструкции системы стохастического охлаждения для нуклотрона // Вестн. Санкт-Петерб. ун-та. Сер. 10. Прикл. матем. Информ. Проц. упр. 2012. Вып. 1. С. 70–86.
62. *Костромин С. А., Мешков И. Н., Сидорин А. О., Смирнов А. В., Трубников Г. В., Шурхно Н. А.* Применение методов охлаждения пучков в проекте NICA // Письма в ЭЧАЯ. 2012. Т. 9, № 4–5(174–175). С. 537–562.
63. *Trubnikov G., Sidorin A., Shurkhno N.* NICA Cooling Program // Cybern. Phys. 2014. V. 3, No. 3. P. 137–146.
64. *Meshkov I. N., Philippov A. V., Syresin E. M., Mityanina N. V.* Electron Cooling in the NICA Project: Status and Problems // 12th Workshop on Beam Cooling and Related Topics COOL 2019, Novosibirsk, Russia, 2019.
65. *Куделайнен В. И., Мешков И. Н., Салимов Р. А.* Запуск установки для экспериментов по электронному охлаждению. Препринт ИЯФ СО АН СССР 72-70. Новосибирск, 1970.
66. *Пархомчук В. В., Скринский А. Н.* Электронное охлаждение — 35 лет развития // УФН. 2000. Т. 170, № 5.
67. *Meshkov I. N., Sidorin A. O., Seleznev I. A., Smirnov A. V. et al.* BETACool Program for Simulation of Beam Dynamics in Storage Rings // Nucl. Instr. Meth. A. 2006. V. 558. P. 325–328.
68. *Будкер Г. И., Куделайнен В. И., Мешков И. Н., Пономаренко В. Г., Попов С. Г., Салимов Р. А., Скринский А. Н., Смирнов Б. М.* Электронный пучок для экспериментов по электронному охлаждению // Тр. II Всесоюз. совещ. по ускорителям заряженных частиц, Москва, 11–18 нояб. 1970 г.: В 2 т. М.: Наука, 1972. Т. 1. С. 31–33.
69. *Мешков И. Н.* Электронное охлаждение: статус и перспективы // ЭЧАЯ. 1994. Т. 5, вып. 6. С. 1487–1560.
70. *Куделайнен В. И., Мешков И. Н., Салимов Р. А.* Формирование интенсивного электронного пучка в магнитном поле // ЖТФ. 1971. Т. 41, № 11.

71. *Meshkov I.N.* Electron Cooling Friction Force — Comparison of Different Approaches // Proc. of Workshop on Electron Cooling and Stochastic Cooling, Tokyo Central & Mount Fuji Area, Japan, Oct. 3–8, 2016.
72. *Melnikov S. A., Meshkov I. N., Ahmanova E. V., Baldin A. A., Butenko A. V., Gorelyshev I. V., Kobets A. G., Korovkin D. S., Orlov O. S., Osipov K. G., Philippov A. V., Semenov S. V., Sergeev A. S., Sidorin A. A., Sidorin A. O., Syresin E. M.* Electron Cooler of the NICA Booster and Its Applications // Proc. of COOL 2021, Budker INP, Novosibirsk, Nov. 1–5, 2021.
73. *Григорьев Ю. Н., Вишневков В. А., Федорук М. П.* Численное моделирование методами частиц в ячейках. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2004. 360 с.
74. *Smirnov V. L., Vorozhtsov S. B.* SNOP — Beam Dynamics Analysis Code for Compact Cyclotrons // Proc. of the XXIII Russ. Accel. Conf. “RuPAC’2012”, St. Petersburg, Russia, 2012. P. 325–327.
75. *Kostromin S. A.* Ion Beam Dynamics in NICA Collider // Proc. of RuPAC’21, Alushta, Crimea, Russia, 2021.
76. *Бутенко А. В., Галимов А. Р., Мешков И. Н., Сыресин Е. М., Толстихина И. Ю., Тузиков А. В., Филиппов А. В., Ходжибагиян Г. Г., Шевелько В. П.* Вакуумные условия и время жизни пучка однозарядных ионов гелия в бустере NICA (первый сеанс) // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 113, вып. 12. С. 784–788.
77. Высокоточные геодезические измерения при наблюдениях за стабильностью магнита синхрофазотрона и положением технологического оборудования каналов транспортировки пучков в здании 205 ЛВЭ: Научно-техн. отчет. 318-ВИ-ПД-2. ГСПИ, 1985.
78. Высокоточные геодезические измерения при наблюдениях за стабильностью магнита синхрофазотрона ЛВЭ: Научно-техн. отчет. 318-ВИ-ПД-4. ГСПИ, 1990.
79. Численное моделирование системы «Основание — комплекс сооружений на территории ЛФВЭ ОИЯИ (корпус 1, комплекс NICA и соседние здания)» с учетом геологических и гидрогеологических условий. Анализ статического и динамического состояния системы при различных режимах работы и сценариях нагружения: Научно-техн. отчет по договору № 2019-NICA-36 от 26.12.2019. Научно-исследовательский центр СтаДиО, 2019.
80. *Kostromin S. A., Philippov A. V.* Intrabeam Scattering Calculations in NICA Collider from 2010 to 2020. NICA Meeting, 2020.
81. *Sidorin A. O., Smirnov A. V.* Long Term Beam Dynamics Simulation with the BETACOOL Code // Proc. of RuPAC2012, St. Petersburg, Russia, 2012.
82. *Козлов О. С., Бутенко А. В., Ходжибагиян Г. Г., Костромин С. А., Мешков И. Н., Сидорин А. О., Сыресин Е. М., Трубников Г. В.* Оптическая структура и динамическая апертура коллайдера NICA // Письма в ЭЧАЯ. 2018. Т. 15, № 7. С. 712–718.
83. *Orlov O. S., Kobets A. G., Meshkov I. N., Sidorin A. A., Hilin V. I.* Setup for Secondary Electron–Electron Emission Coefficient Study // 26th Russ. Part. Accel. Conf. “RuPAC’2018”, Protvino, Russia, 2018.